TU Dortmund SS 2010
Prof. Dr. Matthias Röger
Dr. Andreas Rätz

Partielle Differentialgleichungen II
Blatt 3
Abgabe: 14. Mai 2010

Aufgabe 7 (4 Punkte)**.** *Stetigkeitsbedingung.* Beweisen Sie Bemerkung 9.7 der Vorlesung: Seien V endlich dimensional, $M = V$ und $F : M \to V^*$ beschränkt. Zeigen Sie, dass die Stetigkeitsbedingung 9.6 (siehe Vorlesung) äquivalent zur Stetigkeit von F ist.

Aufgabe 8 (4 Punkte)**.** *Koerzivität.* Zeigen Sie, dass die Koerzivitätsbedingung (2) in Satz 9.8 wesentlich für die Gültigkeit der Aussage ist (siehe Bemerkung 9.9 der Vorlesung). Verwenden Sie dazu das Beispiel:

$$V = \mathbb{R}^2, \quad M := \{x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : x_2 = 1\}, \quad F := \nabla E, \quad E(x) := e^{x_1} + e^{-x_1}(x_2 - 1)$$

und zeigen Sie, dass es keine Lösung der Variationsungleichung

$$\langle F(u), u - v\rangle_V \le 0 \quad \forall v \in M$$

gibt.

Aufgabe 9 (4 Punkte)**.** Sei $U \subset \mathbb{R}^n$ offen und beschränkt. Zeigen Sie, dass der Operator $A : W^{1,2}(U) \to W^{1,2}(U)^*$, definiert durch (vgl. Aufgabe 4)

$$\langle A(u), v\rangle_{W^{1,2}(U)} := \int_U \frac{\nabla u}{\sqrt{1 + |\nabla u|^2}} \cdot \nabla v \,\mathrm{d}x, \quad v \in W^{1,2}(U),$$

monoton ist (siehe Definition 9.11).