TU Dortmund
Fakultät für Mathematik
Dr. Agnes Lamacz-Keymling

Dortmund, den 10.09.2024

Mathematik Vorkurs NAT-ING I – Blatt 7
Themengebiet: Trigonometrie/Differenzierbarkeit

Aufgabe 1)

Lösen Sie die folgenden Gleichungen im Intervall $x \in [0, 2\pi)$:

a) $\sin(3x) - 2\sin(x) = 0$.

Hinweis: Verwenden Sie die Rechenregeln für trigonometrische Funktionen, um $\sin(3x)$ in $\sin x$-Terme umzuformen.

b) $3\cos^2 x = \sin^2(2x)$.

Aufgabe 2)

Vereinfachen Sie die folgenden Funktionen und geben Sie jeweils ihren maximalen Definitionsbereich an:

a) $f(x) = \sin(\arccos x)$

b) $g(x) = \cos(\arctan x)$

c) $h(x) = \sin(\arcsin x + \arccos x)$

Aufgabe 3)

Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf Stetigkeit:

a)

$$f(x) = \begin{cases} (x-2)^2 + 1 & \text{für } x \leq 2 \\ 2x - 3 & \text{für } x > 2 \end{cases}$$

b)

$$g(x) = \begin{cases} -4 & \text{für } x < 1 \\ -3x^2 + x - 2 & \text{für } 1 \leq x \leq 2 \\ -10 & \text{für } x > 2 \end{cases}$$

c) $h(x) = x - k$ für $k \in \mathbb{Z}$ so, dass $k \leq x < k + 1$.

Aufgabe 4)

a) Bestimmen Sie die Steigung der Tangente an

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \quad \text{mit } f(x) = 3x^2 - 2x$$

in $x_0 = \frac{1}{2}$ und geben Sie die Gleichung der Tangente im Punkt $(\frac{1}{2}, f(\frac{1}{2}))$ an.

b) Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gegeben durch die Vorschrift

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x.$$

i) Bestimmen Sie $x_0 \in \mathbb{R}$ so, dass die Tangente an f im Punkt x_0 die Steigung -1 hat.

ii) Bestimmen Sie $x_0 \in \mathbb{R}$ so, dass die Gerade $y = -x$ die Tangente an f im Punkt $(x_0, f(x_0))$ ist.

Aufgabe 5)

Bestimmen Sie die Ableitung von $f(x) = \frac{1}{x}$ aus dem Grenzwert des Differenzenquotienten.

Aufgabe 6)

Berechnen Sie die Ableitung der folgenden Funktionen:

a) $f(x) = 4x^3 + 12x - 3$

b) $f(x) = 3 \sin x$

c) $f(x) = 3 + \sin x$

d) $f(x) = \sin(3x)$

e) $f(x) = (3x + 7x^5) \cos(2x)$

f) $f(x) = \frac{1}{\tan x}$

g) $f(x) = \frac{\cos x}{x^2+4}$

h) $f(x) = (22x^2 - 2x^{22})^4$

i) $f(x) = \sin^2(2x^2) - 1$