

## MATHEMATIK VORKURS NAT-ING I – BLATT 9

### THEMENGEBIET: DIFFERENTIAL- UND INTEGRALRECHNUNG

#### Aufgabe 1)

Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  gegeben durch die Vorschrift  $f(x) = \frac{1}{2} + \frac{x}{x^2+1}$ . Bestimmen Sie die lokalen Extrema und das Krümmungsverhalten von  $f$ .

#### Aufgabe 2)

Bestimmen Sie die Koeffizienten  $b, c, d \in \mathbb{R}$  so, dass die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$  bei  $x = -2$  ein lokales Maximum, bei  $x = -\frac{2}{3}$  einen Wendepunkt und bei  $x = -3$  eine Nullstelle hat.

#### Aufgabe 3)

Was ist der maximale Flächeninhalt eines Rechtecks mit Umfang 1?

#### Aufgabe 4)

Bestimmen Sie die Stammfunktionen der folgenden Funktionen:

a)  $2x^3 + x^2 - 4x + 3$

b)  $\frac{3}{x^5}$

c)  $\frac{1}{(1+x)^2}$

d)  $\sin(x + 2)$

e)  $\cos(3x - 1)$

f)  $\frac{1}{1+x^2}$

g)  $\frac{1}{1+(x-2)^2}$

h)  $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

i)  $\frac{1}{\sqrt{1-(x-1)^2}}$

j)  $\frac{1}{4+x^2}$

k)  $\frac{1}{\sqrt{9-x^2}}$

l)  $\frac{1}{4+(x-2)^2}$

### Aufgabe 5)

Berechnen Sie die folgenden Stammfunktionen durch partielle Integration:

a)  $\int x^2 \cos x \, dx$

b)  $\int \sin^2 x \, dx = \int \sin x \cdot \sin x \, dx$

*Hinweis:* Verwenden Sie  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ .