

MATHEMATIK VORKURS NAT-ING I – BLATT 9

THEMENGEBIET: DIFFERENTIAL- UND INTEGRALRECHNUNG

Aufgabe 1)

Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch die Vorschrift $f(x) = \frac{1}{2} + \frac{x}{x^2+1}$. Bestimmen Sie die lokalen Extrema und das Krümmungsverhalten von f .

Aufgabe 2)

Bestimmen Sie die Koeffizienten $b, c, d \in \mathbb{R}$ so, dass die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ bei $x = -2$ ein lokales Maximum, bei $x = -\frac{2}{3}$ einen Wendepunkt und bei $x = -3$ eine Nullstelle hat.

Aufgabe 3)

Was ist der maximale Flächeninhalt eines Rechtecks mit Umfang 1?

Aufgabe 4)

Bestimmen Sie die Stammfunktionen der folgenden Funktionen:

a) $2x^3 + x^2 - 4x + 3$

b) $\frac{3}{x^5}$

c) $\frac{1}{(1+x)^2}$

d) $\sin(x + 2)$

e) $\cos(3x - 1)$

f) $\frac{1}{1+x^2}$

g) $\frac{1}{1+(x-2)^2}$

h) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

i) $\frac{1}{\sqrt{1-(x-1)^2}}$

j) $\frac{1}{4+x^2}$

k) $\frac{1}{\sqrt{9-x^2}}$

l) $\frac{1}{4+(x-2)^2}$

Aufgabe 5)

Berechnen Sie die folgenden Stammfunktionen durch partielle Integration:

a) $\int x^2 \cos x \, dx$

b) $\int \sin^2 x \, dx = \int \sin x \cdot \sin x \, dx$

Hinweis: Verwenden Sie $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.