

2. Übungsblatt

Kurzlösungen

Voraussetzungen:
Kapitel 2 - Vorkurs für Ingenieure

Aufgabe 1 (Summen und Produkte)

$$\text{a) i) } \sum_{k=0}^3 (2^k - 4k) = (2^0 - 4 \cdot 0) + (2^1 - 4 \cdot 1) + (2^2 - 4 \cdot 2) + (2^3 - 4 \cdot 3) = -9$$

$$\text{ii) } \prod_{k=-2}^0 2^{3(k+2)} = 2^{3(-2+2)} \cdot 2^{3(-1+2)} \cdot 2^{3(0+2)} = 2^0 \cdot 2^3 \cdot 2^6 = 1 \cdot 8 \cdot 64 = 512$$

$$\text{iii) } \prod_{k=1}^2 \sum_{l=1}^k ((-1)^{k+l} + 2) = \left(\sum_{l=1}^1 ((-1)^{1+l} + 2) \right) \cdot \left(\sum_{l=1}^2 ((-1)^{2+l} + 2) \right) = 3 \cdot (1 + 3) = 12$$

$$\text{iv) } \sum_{l=1}^3 \prod_{k=1}^l (l+1) = \left(\prod_{k=1}^1 (1+1) \right) + \left(\prod_{k=1}^2 (2+1) \right) + \left(\prod_{k=1}^3 (3+1) \right) = (2) + (3 \cdot 3) + (4 \cdot 4 \cdot 4) = 75$$

$$\text{b) i) } 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21 = \sum_{k=3}^{10} (2k + 1)$$

$$\text{ii) } 4 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 32 \cdot 64 = \prod_{k=2}^6 2^k$$

$$\text{iii) } 4 - 9 + 16 - 25 + 36 - 49 + 64 - 81 = \sum_{k=2}^9 (-1)^k \cdot k^2$$

$$\text{iv) } (4) \cdot (4 + 8) \cdot (4 + 8 + 16) \cdot (4 + 8 + 16 + 32) = \prod_{k=2}^5 \sum_{l=2}^k 2^l$$

$$\text{c) } \sum_{k=2}^5 (k+2) \cdot a^{k-1} = \sum_{l=0}^3 (l+4) \cdot a^{l+1} = \sum_{m=-2}^1 (m+6) \cdot a^{m+3} = \sum_{n=5}^8 (n-1) \cdot a^{n-4}$$

$$\text{d) } \sum_{k=-1}^3 (2^k + 3k) + 4 \cdot \sum_{j=1}^5 \left(-\frac{1}{2}(j-2) - \frac{2^{j-2}}{4} \right) = 5$$

Aufgabe 2 (Quantoren)

- a) Die Aussage ist richtig. Sei $x \in \mathbb{Q}$, dann wähle $y = x + 1 \in \mathbb{R}$ und die Ungleichung $x < y$ ist immer erfüllt.
- b) Die Aussage ist richtig. Sei $x \in \mathbb{R}$, dann wähle y als nächstgrößere ganze Zahl nach x und die Ungleichung $x < y$ ist immer erfüllt.
- c) Die Aussage ist richtig. Sei $x \in \mathbb{N}$, dann ist jede natürliche Zahl x entweder echt kleiner als 21 oder echt größer als 19.
- d) Die Aussage ist richtig. Seien $x, y \in \mathbb{R}$, dann ist x größer als y oder x ist gleich y oder x ist kleiner als y .