

MATHEMATIK VORKURS NAT-ING I – BLATT 3 LÖSUNG
THEMENGEBIET: ZAHLEN, ORDNUNG/BETRAG

Aufgabe 1)

- a) $\frac{26 \cdot 5^m - 5^m}{5^{m+2}} = \frac{(26-1)5^m}{5^{m+2}} = \frac{25}{5^2} = 1$
- b) $\frac{(15x^2y^{-3})^{-4}}{(25x^3y^{-6})^{-2}} = \frac{15^{-4}x^{-8}y^{12}}{25^{-2}x^{-6}y^{12}} = \left(\frac{15 \cdot 15}{25}\right)^{-2} x^{-2} = 9^{-2} x^{-2} = \frac{1}{81x^2}$
- c) $\frac{a^n + 2a^{n-1}}{a^{n-2} + 2a^{n-3}} = \frac{a^{n-3}a^2(a+2)}{a^{n-3}(a+2)} = a^2$
- d) $\left(\frac{a^2b}{cd^3}\right)^3 : \left(\frac{ab^2}{c^2d^2}\right)^4 = \frac{a^6b^3}{c^3d^9} \cdot \frac{c^8d^8}{a^4b^8} = \frac{a^2c^5}{b^5d}$

Aufgabe 2)

- a) $x_1 = -1, \quad x_2 = -5$
- b) $x = -3$
- c) Es gibt keine reelle Lösung x .
- d) $x_1 = 3, \quad x_2 = -1$
- e) $x = 2$

Aufgabe 3)

- a) $\mathbb{L} = (8, \infty)$
- b) $\mathbb{L} = (1, 3)$
- c) $\mathbb{L} = (-\infty, 1) \cup (3, \infty)$
- d) $\mathbb{L} = (-7, \infty)$
- e) Wegen $x^3 + 5x^2 = x^2(x + 5)$ und $x^2 \geq 0$ ist die Ungleichung äquivalent zu $x = 0$ oder $x + 5 \geq 0$, also $\mathbb{L} = [-5, \infty)$.

f) $\mathbb{L} = (0, 4)$

g) $\mathbb{L} = (-\infty, -\frac{4}{3}) \cup [0, \infty)$

Aufgabe 4)

$$\begin{aligned} 999^3 &= (1000 - 1)^3 = 1 \cdot 10^9 \cdot (-1)^0 + 3 \cdot 10^6 \cdot (-1)^1 + 3 \cdot 10^3 \cdot (-1)^2 + 1 \cdot (-1)^3 \\ &= 1\ 000\ 000\ 000 - 3\ 000\ 000 + 3\ 000 - 1 = 997\ 002\ 999. \end{aligned}$$

und analog

$$1001^4 = (1000 + 1)^4 = 1\ 004\ 006\ 004\ 001$$

Aufgabe 5)

a) $|x + 6| = \begin{cases} x + 6, & \text{falls } x \geq -6 \\ -x - 6, & \text{falls } x < -6 \end{cases}$

b) $|2x - 7| = \begin{cases} 2x - 7, & \text{falls } x \geq \frac{7}{2} \\ -2x + 7, & \text{falls } x < \frac{7}{2} \end{cases}$

c) $\frac{x+|x|}{2} = \begin{cases} x, & \text{falls } x \geq 0 \\ 0, & \text{falls } x < 0 \end{cases}$

d) $2 + |2 - x|x = \begin{cases} 2 - 2x + x^2, & \text{falls } x > 2 \\ 2 + 2x - x^2, & \text{falls } x \leq 2 \end{cases}$

e) $|x^2 - 2xy + y^2| = |(x - y)^2| = (x - y)^2$