

## Selbsttest zur 3. Vorkurs-Woche

**Abgabe:** Keine Abgabe!

**Keine Besprechung**

**Hinweis: Kurzlösungen befinden sich auf der 2. Seite!**

### Aufgabe 1 (Ungleichungen und Betragsungleichungen)

Bestimmen Sie alle  $x \in \mathbb{R}$ , die die folgenden Ungleichungen erfüllen:

a)  $\frac{|x-4|}{x+1} \leq 3$                       b)  $|x-1| + |x+5| > 5x$                       c)  $||2x-4| + 3x| < -x$

### Aufgabe 2 (Sinus, Cosinus, e-Funktion und Logarithmus)

Es gilt  $\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$ . Zeigen Sie mit Hilfe der Additionstheoreme, dass folgende Gleichheit gilt:

$$\tan(x-y) = \frac{\tan(x) - \tan(y)}{1 + \tan(x)\tan(y)}$$

### Aufgabe 3 (Komplexe Zahlen)

a) Bringen Sie die folgenden komplexen Zahlen in die Form  $a + ib$  mit  $a, b \in \mathbb{R}$ :

i)  $z_1 = (1+i)^{16}$                       ii)  $z_2 = \frac{1+i}{1-i} + \frac{1-i}{1+i}$                       iii)  $z_3 = \frac{|5-12i| \cdot (3-5i)}{(2+3i)}$

b) Bestimmen Sie alle  $z \in \mathbb{C}$ , die die folgende Gleichung erfüllen:

$$2z + 1 - i = \bar{z} + 3 - 2i$$

### Aufgabe 4 (Differentialrechnung)

Bestimmen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen:

a)  $f_1(x) = 6e^{\sqrt{x+1}}$                       b)  $f_2(x) = (x \cdot \sin(x^2))^2$                       c)  $f_3(x) = \ln(\sqrt{x^2+1})$

### Aufgabe 5 (Integralrechnung)

Bestimmen Sie die folgenden Integrale:

a)  $\int \frac{\ln(x+1)}{x+1} dx$                       b)  $\int \ln^2(x) dx$                       c)  $\int \frac{2x}{\sqrt[3]{(43+3x^2)^2}} dx$

**Kurzlösungen zu Aufgabe 1**

$$\text{a) } \mathbb{L} = (-\infty; -1) \cup \left[\frac{1}{4}; \infty\right) \quad \text{b) } \mathbb{L} = \left(-\infty; \frac{4}{3}\right) \quad \text{c) } \mathbb{L} = (-\infty; -2)$$

**Kurzlösungen zu Aufgabe 2**

Tangens ersetzen, Additionstheoreme einsetzen und entsprechend erweitern!

**Kurzlösungen zu Aufgabe 3**

a)

$$\text{i) } z_1 = 256 + 0 \cdot i$$

$$\text{ii) } z_2 = 0 + 0 \cdot i$$

$$\text{iii) } z_3 = 21 - i$$

b) Es gilt:

$$\mathbb{L} = \left\{ z = 2 - \frac{1}{3}i \right\}$$

**Kurzlösungen zu Aufgabe 4**

$$\text{a) } f_1'(x) = \frac{3e^{\sqrt{x+1}}}{\sqrt{x+1}}$$

$$\text{b) } f_2'(x) = 2x \sin(x^2) \cdot (\sin(x^2) + 2x^2 \cos(x^2))$$

$$\text{c) } f_3'(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$$

**Kurzlösungen zu Aufgabe 5**

$$\text{a) } \frac{1}{2} \ln^2(x+1) + c \text{ mit } (c \in \mathbb{R})$$

$$\text{b) } x \cdot (\ln^2(x) - 2 \ln(x) + 2) + c \text{ mit } (c \in \mathbb{R})$$

$$\text{c) } \frac{3x^2 + 43}{\sqrt[3]{(3x^2 + 43)^2}} + c \text{ mit } (c \in \mathbb{R})$$