Prof. Dr. Daniel Plaumann
Dimitri Manevich
Wintersemester 2017/2018

technische universität dortmund

ÜBUNGEN ZUR ALGEBRAISCHEN GEOMETRIE I

Blatt 2

Abgabe bis Freitag, 27. Oktober

Es sei K ein algebraisch abgeschlossener Körper.

3. (a) Es gelte $\mathrm{char}(K) \neq 2$. Bestimmen Sie die singulären Punkte der ebenen Kurven, die durch folgende Gleichungen bestimmt sind.

(i) $x^2 = x^4 + y^4$

(ii) $xy = x^6 + y^6$

(iii) $x^3 = y^2 + x^4 + y^4$

(iv) $x^2y + xy^2 = x^4 + y^4$

(b) Zeichnen Sie für jede dieser Kurven das reelle Bild (mit Hilfe der Mathematik-Software Ihrer Wahl).

4. (a) Es gelte $\mathrm{char}(K) = p > 0$. Zeigen Sie: Jede Ursprungsgerade ist eine Tangente an die Kurve mit der Gleichung $y = x^{p+1}$.

(b) Es gelte $\mathrm{char}(K) = 0$ und sei $C \subset \mathbb{A}^2$ eine irreduzible ebene affine Kurve. Beweisen Sie, dass nur endlich viele Ursprungsgeraden tangential an C sind.