

## ÜBUNGEN ZUR ALGEBRAISCHEN GEOMETRIE I

Blatt 8

Abgabe bis Freitag, 8. Dezember

Sei immer  $K$  ein Körper.

- 18.** Es sei  $G = \{x + z, y - z\} \subset K[x, y, z]$ .
- (a) Zeigen Sie, dass  $G$  eine Gröbnerbasis von  $\langle G \rangle$  bezüglich  $\text{lex}$  ist.
  - (b) Teilen Sie  $xy$  durch  $(x + z, y - z)$  und durch  $(y - z, x + z)$ . Was fällt dabei auf?
- 19.** Es sei  $I$  ein Hauptideal im Polynomring  $K[x_1, \dots, x_n]$ . Zeigen Sie, dass jede endliche Teilmenge von  $I$ , die einen Erzeuger von  $I$  enthält, eine Gröbnerbasis ist.
- 20.** Beweisen Sie folgende Umkehrung von Kor. 5.16. Sei  $G \subset K[x_1, \dots, x_n]$  eine endliche Teilmenge,  $I = \langle G \rangle$ . Falls jedes Element von  $I$  bei Division mit Rest bezüglich  $G$  den 0 liefert, dann ist  $G$  eine Gröbnerbasis von  $I$ .