Prof. Dr. Daniel Plaumann
M. Sc. Dimitri Manevich
Wintersemester 2017/2018

technische universität dortmund

ÜBUNGEN ZUR ALGEBRAISCHEN GEOMETRIE I

Blatt 9

Abgabe bis Freitag, 15. Dezember

Sei K ein algebraisch abgeschlossener Körper.

21. Geben Sie eine birationale Äquivalenz zwischen der Parabel $\mathcal{V}(y - x^2)$ und der Hyperbel $\mathcal{V}(xy - 1)$ an.

22. (*Cayley-Transformation*) Es sei $\operatorname{char}(K) \neq 2$ und sei $M = \mathbb{A}^{n\times n}$ der affine Raum der $n \times n$-Matrizen. Betrachte die Abbildung

$$\varphi\colon \begin{cases} M & \dashrightarrow & M \\ A & \mapsto & \frac{I-A}{I+A} \end{cases}$$

wobei I die Einheitsmatrix ist. (Die Notation als Bruch ist gerechtfertigt, denn ist $I + A$ invertierbar, dann gilt $(I + A)^{-1}(I - A) = (I - A)(I + A)^{-1}$.) Zeigen Sie:

(a) Die Abbildung φ ist eine rationale Abbildung mit $\varphi^2 = \mathrm{id}_M$.

(b) Die Einschränkung von φ auf den Raum $S \subset M$ der schiefsymmetrischen Matrizen in M induziert eine birationale Abbildung $S \dashrightarrow \mathrm{SO}_n(K)$. (*Hinweis:* Aus $A = -A^T$ folgt $\det(I + A) = \det(I - A)$.)