Prof. Dr. Daniel Plaumann
M. Sc. Dimitri Manevich
Sommersemester 2017/2018

technische universität dortmund

ÜBUNGEN ZUR ALGEBRAISCHEN GEOMETRIE I

Blatt 15

Abgabe bis Mittwoch, 2. Mai, 12:00 Uhr in Briefkasten 11

35. Beweisen Sie Lemma 11.4. aus der Vorlesung: Es sei S ein graduierter Ring. Die folgenden Aussagen über ein Ideal I von S sind äquivalent:

(a) Das Ideal I wird von homogenen Elementen erzeugt.

(b) Für jedes $s \in S$ gilt $s \in I$ genau dann, wenn $s_d \in I$ für alle $d \geqslant 0$ gilt.

(c) Es gilt $I = \bigoplus_{d \geqslant 0}(I \cap S_d)$, d.h. jedes Element von $f \in I$ hat eine eindeutige Zerlegung $f = f_0 + \cdots + f_N$ in homogene Elemente $f_d \in I \cap S_d$.

In diesem Fall heißt I ein *homogenes Ideal*.

36. Zeigen Sie: Ein homogenes Ideal I in einem graduierten Ring S ist genau dann prim, wenn folgendes gilt: Sind $f, g \in S$ homogen mit $fg \in I$, dann folgt $f \in I$ oder $g \in I$.