

## ÜBUNGEN ZUR ALGEBRAISCHEN GEOMETRIE I

Blatt 22

Abgabe bis Dienstag, 19. Juni, 12:00 Uhr in Briefkasten 11

49. (a) Bestimmen Sie das Hilbert-Polynom, den Grad und das arithmetische Geschlecht der rationalen Normalkurve in  $\mathbb{P}^n$ .  
(b) Bestimmen Sie das Hilbert-Polynom und den Grad der Veronese-Varietät  $v_d(\mathbb{P}^n)$ .
50. Es sei  $X \subset \mathbb{P}^n$  eine Menge von  $m$  Punkten und sei  $d \geq 0$ . Beweisen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind.
- (i) Die Hilbert-Funktion  $H_X$  erfüllt  $H_X(d) = m$ .
  - (ii) Die Punktauswertungen  $\{\mu_p : p \in X\}$ , gegeben durch  $\mu_p : K[x_0, \dots, x_n]_d \rightarrow K$ ,  $f \mapsto f(p)$ , sind linear unabhängige Elemente des Dualraums  $K[x_0, \dots, x_n]_d^*$ .
  - (iii) Für jedes  $p \in X$  gibt es ein  $f \in K[x_0, \dots, x_n]_d$  mit  $f(q) = 0$  für alle  $q \in X$ ,  $q \neq p$  und  $f(p) \neq 0$ .