Prof. Dr. Daniel Plaumann
M. Sc. Dimitri Manevich
Sommersemester 2017/2018

technische universität dortmund

ÜBUNGEN ZUR ALGEBRAISCHEN GEOMETRIE I

Blatt 24

Abgabe bis Dienstag, 10. Juli, 12:00 Uhr in Briefkasten 11

53. Zeigen Sie, dass die Graßmannsche $\mathbb{G}(1,3) = G(2,4)$ aller Geraden in $\mathbb{P}^3$ unter der Plücker-Einbettung in $\mathbb{P}(\bigwedge^2 K^4) \cong \mathbb{P}^5$ in den Koordinaten $z_{ij} = e_i \wedge e_j$ mit der quadratischen Hyperfläche

$$\mathcal{V}_+(z_{01}z_{23} - z_{02}z_{13} + z_{03}z_{12})$$

übereinstimmt, der *Plücker-Quadrik*. Interpretieren Sie diese Gleichung noch einmal explizit als Relation zwischen den 2×2-Minoren einer 2×4-Matrix.

54. Sei $p \in \mathbb{P}^3$ ein Punkt und $H \subset \mathbb{P}^3$ eine Ebene mit $p \in H$. Sei $\Sigma_{p,H} \subset \mathbb{G}(1,3)$ die Menge aller Geraden in $\mathbb{P}^3$, die durch p gehen und in H enthalten sind. Zeigen Sie:

(a) Unter der Plücker-Einbettung ist $\Sigma_{p,H}$ eine Gerade in $\mathbb{P}^5$.

(b) Jede Gerade in $\mathbb{G}(1,3) \subset \mathbb{P}^5$ ist von der Form $\Sigma_{p,H}$ für geeignete p, H.