Prof. Dr. Daniel Plaumann
Sommersemester 2017

technische universität dortmund

ÜBUNGEN ZUR ALGEBRA II

Blatt 2
Abgabe am 11. Mai in der Vorlesung

5. Es sei A eine abelsche Gruppe und $H^A\colon \mathsf{Ab} \to \mathsf{Ab}, X \mapsto \mathrm{Hom}(A, X)$ der durch A bestimmte kovariante Hom-Funktor. Seien X, Y abelsche Gruppen und $f\colon X \to Y$ ein injektiver (bzw. surjektiver) Homomorphismus. Ist

$$H^A f\colon \mathrm{Hom}(A, X) \to \mathrm{Hom}(A, Y)$$

dann ebenfalls injektiv (bzw. surjektiv)?
Geben Sie für die beiden Aussagen jeweils einen Beweis oder ein Gegenbeispiel. (*Vorschlag*: Betrachten Sie die (additiven) Gruppen $\mathbb{Z}$ und $\mathbb{Z}/2$.)

6. Es sei G eine Gruppe, die von zwei Elementen a und b mit den Relationen

$$a^2 = b^3 = (ab)^4 = 1$$

erzeugt wird. Zeigen Sie, dass G zur symmetrischen Gruppe S_4 isomorph ist.

7. Es sei G eine Gruppe, T eine Teilmenge und

$$T^G = \left\{ gxg^{-1} \mid x \in T, g \in G \right\}.$$

Zeigen Sie:

(a) Die von T^G erzeugte Untergruppe $\langle T^G \rangle$ ist ein Normalteiler von G.
(b) $\langle T^G \rangle$ ist der Durchschnitt aller Normalteiler von G, die T enthalten.

8. Beweisen Sie, dass jede endliche Gruppe endlich präsentiert ist.