Prof. Dr. Daniel Plaumann
Sommersemester 2017

technische universität dortmund

ÜBUNGEN ZUR ALGEBRA II

Blatt 3
Abgabe am 18. Mai in der Vorlesung

9. Zeigen Sie, dass das Auswahlaxiom zur folgenden Aussage äquivalent ist: Zu jeder surjektiven Abbildung $f\colon A \to B$ zwischen zwei Mengen gibt es eine Abbildung $g\colon B \to A$ mit $f \circ g = \mathrm{id}_B$.

10. Beweisen Sie Satz 3.3 aus der Vorlesung: In einem kommutativen Ring R ist jedes Ideal außer dem trivialen Ideal R in einem maximalen Ideal enthalten.

11. Es sei K ein unendlicher Körper und $f \in K[x_1, \ldots, x_n]$ ein Polynom. Zeigen Sie:

(a) Ist $f \neq 0$, dann gibt es $a \in K^n$ mit $f(a) \neq 0$.
(b) Ist K algebraisch abgeschlossen und $f \notin K^*$, dann gibt es $a \in K^n$ mit $f(a) = 0$.

(*Vorschlag:* Induktion nach n)

12. Es sei K ein Körper und $n \in \mathbb{N}$, $n \geqslant 2$. Finden Sie im Polynomring $K[x_1, \ldots, x_n]$ für jedes $d \geqslant 1$ ein irreduzibles Polynom vom Grad d. (*Hinweis:* Es genügt, den Fall $n = 2$ zu betrachten.)