DIE $\mathbb{R}$-ALGEBRA DER STETIGEN RATIONALEN FUNKTIONEN

Dieser Vortrag ist als „Werbeveranstaltung“ gedacht für eine vor 15 Jahren von W. Kucharz eingeführte Algebra von Funktionen, den stetigen rationalen Funktionen auf reellen Varietäten. Diese Algebren enthalten alle polynomialen Funktionen und, allgemeiner, alle rationalen Funktionen ohne Pole in den reellen Punkten. Es hat sich gezeigt, dass es die größeren Algebren der stetigen rationalen Funktionen gestatten, wichtige Fragestellungen bei reellen algebraischen Varietäten zufriedenstellend zu lösen. Beispiele dazu werden vorgestellt. Mittels dieser größeren Funktionenklasse lässt sich die Klasse der reellen algebraischen Mengen auf interessante Weise erweitern.

Einfachste Beispiele von stetigen rationalen Funktionen $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ findet man unter den Funktionen (wohl bekannt aus der Analysis)

$$(x, y) \mapsto x^r y^s/(x^2 + y^2) \text{ falls } (x, y) \neq (0, 0), (0, 0) \mapsto 0$$

für passende r,s.

Der Ring der stetigen rationalen Funktionen auf $\mathbb{R}^2$ wird nach der Arbeit von Fichou et al., J. reine angew. Math. 285 (2017), 287-323 kurz beschrieben. Es ist ein nicht-noetherscher Ring mit für die reelle Geometrie sehr angenehmen Eigenschaften. Weitere Literatur: Kucharz-Kurdyka, Proc. ICM 2018, Vol. 1, 715-744.