

Die Zahlen bis 1000 erkunden – Den Zahlenstrahl erkunden

Was bedeutet es ein tragfähiges Zahlverständnis aufzubauen?

Um sicher und geschickt rechnen zu können, brauchen Kinder ein tragfähiges Zahlverständnis (Ruwisch, 2015). Es ist Voraussetzung für z. B. die Einführung halbschriftlicher Rechenstrategien und des flexiblen Rechnens (Krauthausen, 2018). Kinder mit geringem Zahlverständnis machen in der Regel mehr Fehler im Prozess des Rechnenlernens (Schulz, 2014). Daher muss das Zahlverständnis bereits spätestens in der Schuleingangsphase aufgebaut werden und im Verlauf der Grundschulzeit einerseits weiter ausdifferenziert werden, andererseits als Grundlage dienen, um für weitere mathematische Tätigkeiten – insbesondere dem Entdecken und Nutzen von Mustern und Strukturen – darauf zurückzugreifen. Denn tragfähige Vorstellungen zu Zahlen zeichnen sich dadurch aus, dass Lernende sie sowohl darstellen als auch daran anknüpfen können (Ruwisch, 2015).

Ganz zentral dabei sind die beiden folgenden sogenannten *Zahlaspekte* (Krauthausen, 2018), die zu den Grundvorstellungen zu Zahlen zählen:

- Zum einen der *kardinale* Zahlaspekt, der dafür sorgt, dass Kinder eine Zahl als Anzahl von Elementen wahrnehmen (z. B. 6 Bücher, 15 Plättchen).
- Zum anderen der *ordinale* Zahlaspekt, der einerseits beinhaltet, dass Kinder Zahlen als Elemente der Zahlenfolge aus den natürlichen Zahlen auffassen (Zahl als Zählzahl: z. B. „eins, zwei, drei“, „fünf, vier, drei“) und andererseits, dass sie eine Zahl als eine Position in einer geordneten Reihe wahrnehmen können (Ordnungszahl: z. B. „Das dritte Plättchen ist blau.“).

Zwar werden die Zahlaspekte bereits im Zahlenraum bis 20 aufgebaut, dennoch ist es bei jeder Zahlenraumerweiterung wichtig, bereits bekannte Strukturen zu nutzen, um neue Erkenntnisse darin einzufügen. Z. B. scheint es logisch, dass es nach der Zahl 1000 mit 1001 in der Zahlenfolge weitergeht, jedoch ist dies lediglich eine Regel des dekadischen Systems, die für Kinder, die im Lernprozess stehen, nicht selbstverständlich ist. So können sie durch gezielte Anbindung an Vorerfahrungen feststellen, dass bereits Gelerntes übertragen werden kann.

Welche Rolle spielt der Zahlenstrahl?

Um ein ordinales Verständnis von Zahlen aufzubauen, eignen sich lineare Zahldarstellungen wie z. B. der Zahlenstrahl. Der skalierte Zahlenstrahl bildet Zahlen linear, von links nach rechts aufsteigend, ab. Die Skalierungen bieten dabei Orientierungspunkte, die mit unterschiedlichem Abstand genutzt werden können (Einer-, Fünfer-, Zehnerschritte, ...). Je nach Ausschnitt werden Fünfer- und Zehnermarken oder Fünfziger- und Hundertermarken häufig als zusätzliche Orientierungshilfe mit dickeren Strichen optisch hervorgehoben (primakom, o. J.). Verkleinerungen oder Vergrößerungen des Maßstabes bieten eine Erweiterung des Zahlenstrahls auf alle Zahlräume an, ohne dass die wesentliche Struktur sich ändert (Käpnick, 2014).



Bereits im Zahlenraum bis 20 kann am Zahlenstrahl erkundet werden, dass Zahlen nach rechts hin größer werden und nach links kleiner (Mathe inklusiv mit PIKAS, o. J.) und dass diejenigen Zahlen, die beim Aufsagen der Zahlwortreihe nah aneinander liegen, auch räumlich am Zahlenstrahl nah aneinander liegen (Mathe sicher können, 2014). Diese Erkenntnis kann genutzt werden, um Zahlen anhand ihrer Positionen zu vergleichen. Der Vorgänger einer Zahl, befindet sich genau links neben der Zahl, der Nachfolger genau rechts. Übertragen auf den Zahlenraum bis 1000 können so auch z. B. Nachbarzehner oder -hunderter bestimmt und anhand der linearen Darstellung eingeordnet werden. Damit wird das Ziel verfolgt, dass die Kinder eine Vorstellung davon bekommen, zwischen welchen Nachbarhundertern, -zehnern und -zahlen sich eine Zahl befindet. Dies stellt eine wichtige Orientierungsübung dar: Wo musst du die Zahl suchen? Wo liegt sie?

Ebenso können Abstände zwischen Zahlen erkundet und als Sprung auf dem Zahlenstrahl dargestellt werden (Mathe inklusiv mit PIKAS, o. J.). Hierzu benötigt es immer ein Zahlentripel aus einer Startzahl, einer Zielzahl und der Sprungweite, die die Differenz zwischen der Start- und der Zielzahl beschreibt.

Langfristig bekommt der Zahlenstrahl als zentrales Darstellungsmittel eine besondere Bedeutung, denn Zahlen im größeren Zahlenraum (z. B. bis 1.000.000) können nur noch schwer kardinal (also mit Hilfe von Würfelmaterial oder Plättchen) dargestellt werden. Daher ist es wichtig, den ordinalen Zahlaspekt und daher auch den Zahlenstrahl bzw. den Rechenstrich bereits von Anfang an zu thematisieren.

Digital umgesetzt bietet der Zahlenstrahl einerseits den Vorteil, dass an ihm durch die Vergrößerung oder Verkleinerung des Ausschnitts die Unendlichkeit der Zahlen angedeutet und zum anderen die Skalierung dynamisch vergrößert oder verfeinert werden kann. Daran anknüpfend kann zu einem späteren Zeitpunkt im Lernprozess auch zur Erkundung von Dezimalzahlen oder negativen Zahlen auf den Zahlenstrahl zurückgegriffen werden. Dies macht den Zahlenstrahl höchst anschlussfähig – von der Einführung der natürlichen Zahlen in der Schuleingangsphase bis in die Sekundarstufe.

Welche Schwierigkeiten können auftreten?

Wird die Struktur des Zahlenstrahls nicht ausreichend eingeführt, so ist ein Umgang mit dem Zahlenstrahl, der das zählende Rechnen begünstigt, nicht auszuschließen. Dabei kann die Skalierung in Einerschritten weitergezählt werden, anstatt die Struktur zu nutzen, um geschickt Zahlen zu finden oder Abstände zu bestimmen (Mathe sicher können, 2014). Daneben, dass dies im Zahlenraum bis 1000 höchst umständlich und zeitaufwändig ist, kann es vorkommen, dass Kinder die Änderung der Skalierung auf größere Abstände nicht verstehen und jeden Skalierungsstrich als Einerschritt wahrnehmen (Mathe sicher können, 2014). Daher wird in den Einheiten auf divomath ein intensiver Fokus auf die Orientierung am und den sicheren Umgang mit dem Zahlenstrahl gelegt.

Verwendete Literatur

- Käpnick, F. (2014). *Mathematiklernen in der Grundschule*. Berlin Heidelberg: Springer Spektrum.
- Krauthausen, G. (2018). *Einführung in die Mathematikdidaktik. Grundschule*. Heidelberg: Springer Spektrum.
- Mathe sicher können (2014). Handreichungen für ein Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen. Natürliche Zahlen. Verfügbar unter: https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/mskfiles/uploads/Dokumentation/mskgs_n2a_1_hru_n2_a_131009.pdf
- Mathe inklusiv mit PIKAS (o.J.). *Beziehungen herstellen*. Verfügbar unter: <https://pikas-mi.dzlm.de/node/123>
- primakom (o.J.). Inhalte. Zahlen und Operationen. Zahlenraumerweiterung. Hintergrund. Verfügbar unter: <https://primakom.dzlm.de/node/328>
- Ruwisch, S. (2015). *Wie die Zahlen im Kopf wirksam werden. Merkmale tragfähiger Zahlvorstellungen. Grundschule Mathematik 44 (1. Quartal), 4-5.*
- Schulz, A. (2014). *Fachdidaktisches Wissen von Grundschullehrkräften. Diagnose und Förderung bei besonderen Problemen beim Rechnenlernen*. Wiesbaden: Springer Spektrum.