Interpretation modaler Logiken durch stochastische Relationen

Ernst-Erich Doberkat, Fachbereich Informatik

6. September 2007

Die von Larsen und Skou und später von Desharnais, Edalat und Panangaden untersuchten modalen Logiken haben im einfachsten Fall Formeln, die der Grammatik

$$\varphi ::= \top \mid \varphi_1 \wedge \varphi_2 \mid \langle a \rangle_q \varphi$$

folgen. Hier ist $a \in \mathsf{Act}$ eine Aktion und q eine rationale Zahl; intuitiv gilt in einem Zustand s die Formel $\langle a \rangle_q \varphi$, falls die Aktion a den Zustand s mit Wahrscheinlichkeit mindestens q in einen Zustand überführt, in dem φ gilt. Die Interpretation dieser Logik geschieht durch ein Markoffsches Transitionssystem $\langle S, (k_a)_{a \in \mathsf{Act}} \rangle$, also durch stochastische Relationen $k_a : S \rightsquigarrow S$ über einen polnischen oder analytischen Zustandsraum. Wir definieren logische Äquivalenz, Biähnlichkeit und Verhaltensäquivalenz für diese Systeme und zeigen, daß es sich um äquivalente Konzepte handelt. Dieses Ergebnis läßt sich in mehrfacher Hinsicht verallgemeinern. Die modale Logik kann um weitere Operatoren angereichert werden. Oder stochastische Relationen, die als Koalgebren für den Subwahrscheinlichkeitsfunktor $\mathfrak{S}$ aufgefaßt werden, können durch Koalgebren für Funktoren der Form $\mathfrak{S} \cdot \mathfrak{F}$ oder für Funktoren der Form $\mathfrak{F} \cdot \mathfrak{S}$ mit einem geeigneten Endofunktor $\mathfrak{F}$ auf der Kategorie der analytischen Räume ersetzt werden. In diesem Fall werden die modalen Operatoren durch *predicate liftings* für die beteiligten Funktoren ersetzt. Erste Resultate für diese Verallgemeinerungen sollen diskutiert und einige offene Fragen genannt werden.