Jana KREUßLER, Florentine BUNKE, Horst W. HAMACHER, Kaiserslautern

Motivationssteigerung im Geometrieunterricht anhand von Modellierung kompetitiver Standortplanung

„Wozu braucht man das eigentlich?“ lautet eine häufig gestellte Frage im Mathematikunterricht. Insbesondere im Bereich der Geometrie gibt es eine Vielzahl wunderbarer Anwendungen aus der Wirtschaft und dem täglichen Leben, welche auch mit Methoden der Schulmathematik leicht verstanden werden können. Wenn die Schüler den Sinn und die Wichtigkeit der Mathematik in der heutigen Gesellschaft verstehen, fördert dies ihre Motivation und Aufmerksamkeit im Unterricht.

Die Konkurrenz zweier Unternehmen und ihre optimale Standortplanung zur Maximierung ihres eigenen Marktanteils ist ein geometrisches Problem, welches anhand von Schulmathematik gelöst werden kann. Im Rahmen verschiedener Modellierungstage und -projekte wurden die Schülerergebnisse untersucht und verglichen. Dieser Beitrag präsentiert sowohl die Aufgaben und Ergebnisse, als auch einen Ausblick zur Handhabung im Unterricht.

1. Das Projekt

In Form von zweitägigen Modellierungstagen oder einem einwöchigen Uniprojekt durften rheinland-pfälzische Schüler der 11.-13. Jahrgangsstufe von Gesamtschulen und (technischen) Gymnasien verschiedener Städte an einem anwendungsbezogenen, geometrischen Thema forschen.

Hierbei ging es um die Konkurrenz zweier Unternehmen A und B, welche Hamburger verkaufen und ihren eigenen Marktanteil maximieren möchten. Gegeben waren ein Ort und zwei Bedingungen über die Kunden:

- Die Kunden wählen immer die Filiale, welche näher an ihrem Standort ist.
- Bei gleicher Entfernung bevorzugen sie die Filiale, die schon länger am Markt ist.

Es wurden drei Aufgaben gestellt:

(1) Wo sollte Unternehmen A seine erste Filiale eröffnen?

(2) Nachdem A erfolgreich ist, möchte Unternehmen B nachziehen und ebenfalls eine Filiale eröffnen. Wo wäre dies am sinnvollsten?

(3) Wenn A im Vorhinein wüsste, dass B ebenfalls eine Filiale eröffnen wird, wo sollte A dann seine Filiale platzieren, um den Marktanteil von B im Voraus zu minimieren?

Diese Problemstellungen können mithilfe kompetitiver Standortplanung und mathematischer Spieltheorie modelliert und geometrisch gelöst werden. Die mathematischen Hintergründe und Algorithmen hierzu sind in der Literatur unter den Stichworten „Medianoid-“ und „Centroid-Problem“ zu finden (siehe Drezner, 1982; Drezner, Zemel, 1992).

2. Schülerergebnisse

Eine interessante Beobachtung ergab sich bezüglich der unterschiedlichen Titelwahl. Die Schüler, welche das Projekt unter dem Namen „Konkurrenz zwischen McDonalds und Burger King“ präsentiert bekamen, hatten große Schwierigkeiten zu abstrahieren und anzunehmen, beide Ketten würden die gleichen Produkte anbieten. Sie konnten sich nicht von ihrer Meinung entfernen, dass sie die eine Burger-Kette lieber mochten als die andere, und kamen daher zu wenig geometrischen Ergebnissen.

Völlig anders sah dies jedoch bei dem Titel „Konkurrenz zwischen zwei Unternehmen“ aus. Hier gelang es den Schülern geometrisch an das Problem heranzugehen. Sie entwickelten ein Konzept zur allgemeinen Lösung des Problems, welches auf jede andere Stadt angewandt werden könnte.

Aufgabe 1

Zur Platzierung der ersten Filiale (Unternehmen A) markierten die Schüler zunächst die wichtigsten Kundenstandorte $(x_i, y_i), i = 1, \dots n,$ des Ortes und ordneten diesen abhängig von ihrer Attraktivität bzw. ihrer Menge an potentiellen Kunden ein Gewicht b_i zu. Als optimalen Standort für Imbiss A definierten sie den Schwerpunkt $S = (x, y)$ mit folgenden x- und y-Koordinaten:

$$x = \frac{x_1 * b_1 + \cdots + x_n * b_n}{b_1 + \cdots + b_n}, \qquad y = \frac{y_1 * b_1 + \cdots + y_n * b_n}{b_1 + \cdots + b_n}.$$

Aufgabe 2

Die Schüler erkannten schnell, dass die Marktgebiete zweier Filialen aufgrund unserer Annahmen über das Verhalten der Kunden durch eine Mittelsenkrechte getrennt werden. Demnach wurde ebenfalls schnell klar, dass Unternehmen B die meisten Kunden für sich gewinnen kann, je näher es bei Filiale A eröffnet. Nun musste nur noch ein Verfahren gefunden werden, welches die exakte Richtung zur Maximierung des eigenen Marktanteils bestimmt.

Hierzu entwickelten die Schüler eine Strategie, welche dem Algorithmus der mathematischen Literatur (vgl. Drezner, 1982) sehr ähnelt.

Ausgehend von dem in Aufgabe 1 berechneten optimalen Standort S zeichneten sie eine Gerade senkrecht nach oben, parallel zur y-Achse und berechneten im Anschluss, für welchen Winkel (von der Gerade und Punkt S ausgehend) der erreichbare Marktanteil am größten ist (siehe Abbildung 1).

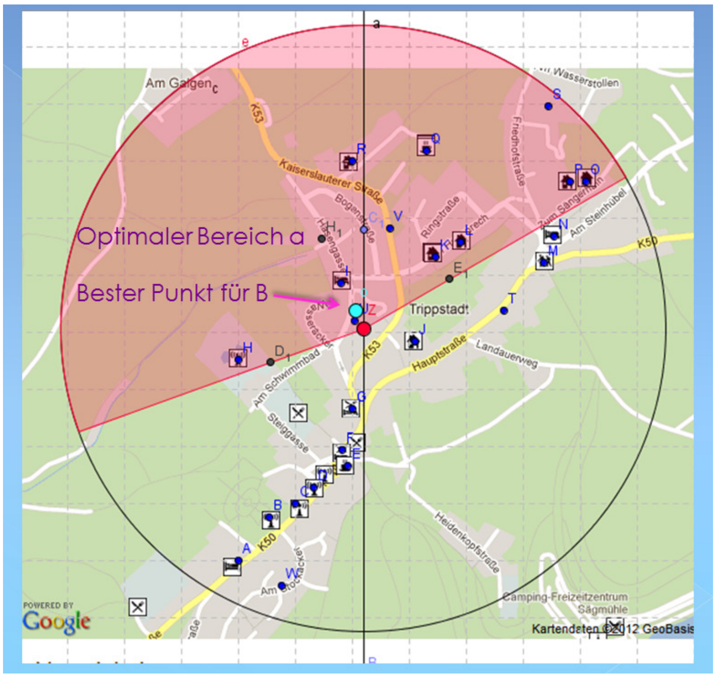

Abb. 1: Lösungsverfahren zu Aufgabe 1 am Beispiel von Trippstadt

War dieser Winkel gefunden, so platzierten sie die Filiale von B in diesem Winkel dicht bei A.

Aufgabe 3

In den meisten Fällen wurde bei dieser Aufgabenstellung von den Schülern kein der Literatur ähnlicher Algorithmus gefunden, gute geometrische Ansätze waren jedoch zu erkennen.

3. Ausblick zur Handhabung im Unterricht

Da der reguläre Schulunterricht wenig Zeit bereithält, ein Thema so intensiv bearbeiten zu können wie bei mehrtägigen Projekt- und Modellierungstagen, benötigen wir einen etwas anderen Ansatz zur Realisierung angewandter Forschungsthemen. Die Anfangsüberlegungen zu einem Thema sollten direkt vom Lehrer in die richtige Richtung geleitet werden. Dies könnte hier zum Beispiel bedeuten, dass die Schüler zunächst versuchen, das Marktgebiet zweier Imbissbuden zu entwickeln

(Mittelsenkrechte), um dies dann auf drei oder mehr Imbissbuden zu erweitern. Im Anschluss daran ist eine Aufgabenstellung mit konkreten Details und Vorgaben sinnvoll, um den Prozess der Modellbildung zu beschleunigen. Hier könnte der Lehrer im Voraus den Stadtplan der eigenen Stadt so bearbeiten, dass bereits die wichtigsten Kundenstandorte markiert und gewichtet sind. Spezielle Tipps und Hilfestellungen können die Schüler ebenfalls schneller in die richtige Richtung leiten, ihnen jedoch trotzdem die Freiheit für eigene Kreativität lassen.

4. Fazit

Die Schüler waren, egal welcher Jahrgangsstufe und Schulform, sehr motiviert und selbstständig bei der Arbeit. Sie vergaßen Pausen zu machen und arbeiteten zum Erstaunen ihrer Lehrer teilweise sogar abends zu Hause weiter. Wir beobachteten bei allen Schulen, dass auch schwächere Schüler für Mathematik zu begeistern sind, wenn sie den Sinn und ein Anwendungsgebiet erkennen können.

Geometrische Anwendungsthemen, wie das hier behandelte Projekt der kompetitiven Standortplanung, eignen sich im Schulunterricht sowohl zur Festigung bereits erworbenen geometrischen Wissens, als auch zur Erarbeitung neuer Themen. Es könnte beispielsweise die Mittelsenkrechte in ihrer Anwendung als Abgrenzung von Marktgebieten eingeführt und entwickelt werden.

Laut der von uns durchgeführten Evaluation beantworteten die Schüler die Fragen „Hat es dir gut gefallen?" und „Konntest du Zusammenhänge zwischen Mathematik und Beruf erkennen?" durchschnittlich mit „viel".

Wir erkennen daher, dass Schüler motivierter an ein mathematisches Thema gehen und eher dafür zu begeistern sind, falls ein direktes und aktuelles Anwendungsbeispiel vorliegt. Dies könnte ausgenutzt werden, um zukünftig die Motivation von Schülern für den Geometrieunterricht zu steigern.

Literatur

Drezner, Z. (1982): Competitive Location Strategies for two Facilities. North-Holland, Regional Science and Urban Economics 12, 485-493.

Drezner, Z., Zemel, E. (1992): Competitive Location in the Plane. Annals of Operations Research 40, 173-193. J. C. Baltzer AG, Scientific Publishing Company.

Hamacher, H., Korn, E., Korn, R., Schwarze, S. (2004): Mathe und Ökonomie – Neue Ideen für den praxisnahen Unterricht. Universum Verlag GmbH & Co. KG.

MaMaEuSch-WiMS (Management Mathematics for European Schools – Wirtschaftsmathematik in Schulen), http://optimierung.mathematik.uni-kl.de/mamaeusch/.