

Markus VOGEL, Heidelberg, Andreas EICHLER, Freiburg

Prognostische Entscheidungsmuster von Schülern in einfachen statistischen Situationen

Im Bereich der Leitidee *Daten und Zufall* sollen Schülerinnen und Schüler auch lernen, prognostische Entscheidungen zu treffen. Damit stellen sich u.a. Fragen danach, wie bzw. auf der Basis welcher mentalen Modelle Schülerinnen und Schüler Prognosen konstruieren und welche Situationen zur Aktivierung solcher Modellkonstruktionen geeignet scheinen. In diesem Beitrag werden Forschungsstand und Forschungsansatz, Theoriebausteine, theoriegeleitete Aufgabenkonstruktion und zentrale Ergebnisse bisheriger pilotierender Studien dargelegt.

1. Forschungsstand und Forschungsansatz

Nach Jones & Thornton (2005) lassen sich drei Phasen der Forschung im Bereich der Stochastikdidaktik unterscheiden: die Piaget-Periode, die Post-Piaget-Periode und die gegenwärtige Periode. Eine kurze Zusammenfassung dieser drei Phasen skizziert den bisherig vorhandenen Forschungsertrag, in die sich der hier beschriebene Forschungszugang einbettet.

In ihrer grundlegenden Arbeit untersuchten Piaget & Inhelder (1951/1975) das probabilistische Denken von Schülerinnen und Schülern, die in Regel zuvor keine stochastische Schulung genossen hatten. Hauptsächlich handelte es sich dabei um Zufallsexperimente mit einfachen Zufallsgeneratoren, die als Laplace-Experimente modelliert werden können. Die entscheidenden Thesen von Piaget & Inhelder (1951/1975) besagen in aller Kürze zusammengefasst, dass Wahrscheinlichkeiten entsprechend der Piaget'schen Stufentheorie der kindlichen Entwicklung erst ab einem bestimmten Alter gelernt werden können, da ohne die Voraussetzungen von reversiblen, kombinatorischen und proportionalen Denken kein stochastisches Denken ausgebildet werden kann.

Namhafte Vertreter der Post-Piaget-Phase sind Fischbein (1975) und Kahneman & Tversky (1972). Fischbein zeigte in seinen Arbeiten (ebenfalls mit Fokussierung auf Laplace-Experimente), dass primäre stochastische Intuitionen (bis zu einem gewissen Grad) durch Schulung in sekundäre Intuitionen überführt werden können. Dieser Lernprozess ist abhängig von der gewählten Aufgabe und den kognitiven Dispositionen des kindlichen Adressaten, ist also, wenigstens teilweise, unabhängig vom Alter. Dabei können Fehlkonzepte auftreten, wenn die Kinder sekundäre Intuitionen, die sie anhand einer Aufgabe ausgebildet haben, dahingehend übergeneralisieren, dass sie entsprechend bei anderen Aufgaben vorgehen. Solche Fehl-

konzepte und fehlerleitenden Heuristiken standen im Mittelpunkt der Arbeiten von Kahneman & Tversky (z.B. 1972). Sie belegten nachdrücklich, dass Stochastik kein originäres Feld für Intuitionen ist und selbst in Stochastik geschulte Menschen leicht Fehlschlüssen unterliegen.

Die gegenwärtige Phase der stochastikdidaktischen Forschung ist gekennzeichnet durch einen enormen Zuwachs an Forschung im Bereich der Probabilistik wie auch der Statistik, die in früheren Jahren der Wahrscheinlichkeitsrechnung eher nachgeordnet war. Dabei konzentrieren sich gegenwärtige Forschungsarbeiten generell unmittelbarer auf das Unterrichtsgeschehen (vgl. Jones & Thornton, 2005). Dabei sind Untersuchungen von Kindern ohne stochastisches Vorwissen im Bereich von datenbasierten Zugängen, die sich in ihrer Problemphänomenologie nicht als Laplace-Experimente erfassen lassen, noch unterrepräsentiert (vgl. Mokros & Rüssel, 1995).

Hier setzt die vorliegende Forschungsarbeit mit dem Fokus darauf an, wie und auf welcher Grundlage Kinder der frühen Sekundarstufe in für sie einfachen bzw. vertrauten statistischen Entscheidungssituationen datenbasierte Prognosen anstellen.

2. Theoriebausteine

Der hier berichtete Forschungszugang fußt im Wesentlichen auf zwei Theoriebausteinen: der Theorie zur kindlichen Denkentwicklung von Siegler (1996) und der Theorie der mentalen Modelle (Johnson-Laird, 1983).

Siegler (1996) zitiert diverse Studien, deren empirischen Befunde das Piaget'sche Stufenmodell der kindlichen Denkentwicklung in Frage stellen. In seinen eigenen Studien findet Siegler (1996) zahlreiche Hinweise darauf, dass Kinder einer bestimmten Altersstufe beim Problemlösen auf eine Bandbreite an verschiedenen Strategien zurückgreifen – die Unterschiedlichkeit bezieht sich auf interindividuelle Unterschiede als auch auf intraindividuelle Unterschiede hinsichtlich der Elaboration von Strategien in verschiedenen Problemkontexten. Siegler stellt dem Piaget'schen Stufenmodell ein Denkentwicklungsmodell gegenüber, dessen Grundstruktur er in der Metapher von Wellen an verschiedenen Theorien und Strategien beschreibt, die sich in der individuellen kindlichen Denkentwicklung verschiedentlich auf- und abbauend überlappen („overlapping waves“).

Mentale Modelle (z.B. Johnson-Laird, 1983) sind ein theoretisches Konstrukt der Deskription, mit dem Referenzen dafür angegeben werden können, ob ein Individuum situativ über die wesentlichen Strukturen eines mathematischen Sachverhalts und dem Umgang damit gedanklich verfügt: Es geht um die Analogie in Struktur („In welchem Maß sind relevante Struktu-

ren des mathematischen Objekts und ihr kausaler Zusammenhang gedanklich repräsentiert?“) und Funktion („In welcher Weise kann damit flexibel operiert und argumentiert werden?“) eines mentalen Modells (vgl. Schnotz & Bannert, 1999). Die Tragfähigkeit mentaler Modelle lässt sich in der Reichweite ihrer Struktur- und Funktionsanalogie bemessen. Dadurch werden Güte und Reichweite der Schlussfolgerungen bestimmt, die mentale Modelle kennzeichnen (Johnson-Laird, 1983) und zu neuem Wissen führen können. Mit dem deskriptiven Charakter wird nicht der Anspruch erhoben, das individuelle situationsspezifische Konstrukt selbst zu beschreiben, sondern eine (oder mehrere) externe Repräsentation(en) des mentalen Modells.

3. Theoriegeleitete Aufgabenkonstruktion

Entsprechend dem o.g. Forschungsfokus und der Struktur- und Funktionsanalogie mentaler Modellbildung sind die in den pilotierenden Studien sukzessiv weiterentwickelten Aufgaben gekennzeichnet durch Merkmale der:

- *Situation-Struktur*: eine einfache, für Kinder dieser Altersstufe erwartbar leicht durchschaubare Entscheidungssituation, deren Struktur sich aus der Analyse von gegebenen Daten sowie involvierten Personen und Objekten ergibt (z.B. der Spielstand eines Münzwurfspiels zweier Spieler, bei dem derjenige Spieler gewinnt, der die Münzen am nächsten an einer Wand zu liegen bekommt).
- *Situation-Funktion*: die Notwendigkeit, auf der gegebenen Datenbasis probabilistische mentale Simulationen anzustellen, Daten abzuschätzen und auf dieser Grundlage prognostische Entscheidungen zu treffen (z.B. die prognostische Entscheidung auf der Basis des gegebenen Spielstandes, wer das Spiel bei einer vorgegebenen Anzahl weiterer Spielrunden gewinnen wird).

Die theoretische Analyse solcher Aufgaben (vgl. Eichler & Vogel, 2011) ergibt theoriegeleitet eine Abstufung von vier Schwierigkeitsgraden, die sich im gegebenen Informationsgehalt zu verfügbaren Daten (gegeben: ja/nein) und Objekten (gegeben: ja/nein) einerseits sowie den Erfordernissen von mentaler Simulation (erforderlich: ja/nein) und Datengenerierung (sichtbar: ja/nein) andererseits bemisst.

4. Forschungsmethodik, pilotierende empirische Befunde, Ausblick

Als Teil eines umfassenderen Forschungsprogramms (vgl. Eichler & Vogel, in prep.) wurde die theoriegeleitete Deduktion von Aufgabenschwierigkeitsgraden in zwei Studien mit zwei verschiedenen Schülerstichproben ($n_1=134$, $n_2=44$) in den Klassenstufen 4 und 6 (hier zusätzlich differenziert nach Hauptschule und Gymnasium) empirisch überprüft. Hierzu wurden

einerseits die Lösungshäufigkeiten in entsprechenden Aufgabensettings anhand von Fragebogen quantitativ ausgewertet, andererseits wurden über Videoaufzeichnungen interviewbasierte Protokolle lauten Denkens einer zufälligen Auswahl von Schülerinnen und Schülern angefertigt und qualitativ analysiert. Ohne an dieser Stelle aufgrund des gebotenen Rahmens auf Details eingehen zu können (dazu Eichler & Vogel, in prep.) lässt sich zusammenfassend die theoriegeleitete Aufgabenkonstruktion durch signifikant (auf 5%-Niveau) unterschiedliche Lösungshäufigkeiten und interpretative Evidenz von Transskriptanalysen als empirisch validiert betrachten.

Im Fokus der weiteren Forschung stehen Fragen zu Langzeiteffekten und unterrichtlicher Implementation. Dabei geht es zunächst um die Replikation und weitergehende Fundierung der bisherigen Befunde mit einem ausgebauten Aufgabenset und vergrößerter Stichprobe sowie der Fokussierung auf den Einfluss unterschiedlicher Repräsentationen auf die mentale Modellbildung in statistischen Kontexten. Das langfristige Ziel ist, Informationen darüber zu erhalten, wie statistische Primärintuitionen durch Unterricht zu tragenden Sekundärintuitionen ausgebildet werden können.

Literatur

- Eichler, A. & Vogel, M. (in prep.). Young students' mental modelling of statistical situations. Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education, Seoul, Korea.
- Eichler, A. & Vogel, M. (2011). Mental models of basic statistical concepts. Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, University of Rzeszów, Poland (pp.787-796).
- Fischbein, E. (1975). The Intuitive Sources of Probabilistic Thinking in Children. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.
- Johnson-Laird, P. N. (1983). Mental models. Cambridge: University Press.
- Jones, G.A. & Thornton, C.A. (2005). An overview of research into the teaching and learning of probability. In G.A. Jones (Ed.), Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning (pp. 65-92). New York: Springer.
- Kahneman, D., & Tversky, A. (1972). Subjective probability: A judgment of representativeness. *Cognitive Psychology*, 3, 430-454.
- Mokros, J. & Russel, S. J. (1995). Children's concepts of average and representativeness. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26, 1, 20-39.
- Piaget, J. & Inhelder, B. (1975). The origin of the idea of chance in children. London: Routledge & Kegan.
- Schnotz, W. & Bannert, M. (1999). Einflüsse der Visualisierungsform auf die Konstruktion mentaler Modelle beim Text- und Bildverstehen. *Zeitschrift für Experimentelle Psychologie*, 46(3), 217-236.
- Siegler, R.S. (1996). *Emerging minds. The process of change in children's thinking.* New York: Oxford University Press.