Sabrina HUNKE, Dortmund

Informelle Überschlagsstrategien

1. Hintergrund

In der Vergangenheit wurde nicht selten kritisiert, dass das Überschlagsrechnen zu stark auf die Behandlung der Rundungsregeln beschränkt wird (vgl. z.B. Blankenagel 1999). Damit einher geht die Forderung einer Weiterentwicklung einer Didaktik des Überschlagsrechnens. Ausgehend davon ergibt sich u.a. die Auseinandersetzung mit verschiedenen Aufgabentypen zum Überschlagsrechnen. Zwei gängige Aufgabentypen für die Grundschule sind „Wie viel ungefähr?“ und „Reicht das?“, die in sogenannte *direkte* und *indirekte Überschlagsfragen* unterschieden werden können (vgl. van den Heuvel-Panhuizen 2001, 178).

Direkte Überschlagsfragen („Wie viel ungefähr?“) zeichnen sich dadurch aus, dass eine Zahl als Ergebnis und somit eine formelle Überschlagsstrategie (z.B. Runden) benötigt wird. *Indirekte* Überschlagsfragen („Reicht das?“) hingegen können auch globaler (*informell*) gelöst werden, eine Zahl als Ergebnis ist nicht zwingend erforderlich (vgl. ebd.). Van den Heuvel-Panhuizen (2001) sieht deshalb in indirekten Überschlagsfragen den geeigneteren Aufgabentyp zum Einstieg ins Überschlagsrechnen.

Vor diesem Hintergrund stellt sich die Frage, wie solch ein globaleres Vorgehen aussieht. Vorhandene Studien zu Überschlagsstrategien (z.B. Reys et al. 1982; Lemaire & Lecacheur 2002; Star et al. 2009) stellen bisweilen formelle Überschlagsstrategien wie das Runden und das Abbruchverfahren in den Fokus. Einen empirischen Nachweis oder eine qualitative Beschreibung für besondere, informelle Strategien zur Lösung von indirekten Überschlagsfragen wie „Reicht das?“ gibt es bisher nicht. Dieser und weiteren Fragen wurde deshalb in der folgenden Untersuchung nachgegangen (vgl. Hunke 2012).

Im Rahmen der Untersuchung wurden 42 Kindern des vierten Schuljahres im klinischen Interview am Beispiel der Addition und Multiplikation je zwölf Aufgaben des Typs „Reicht das Geld?“ oder „Wie viel ungefähr?“ vorgelegt. Neben den Vorgehensweisen der Kinder beim Überschlagsrechnen wurde das Lösungsverhalten außerdem in den Bereichen Flexibilität, Interpretation von Überschlagsergebnissen und Fehler untersucht.

2. Untersuchungsergebnisse

Bei der qualitativen Analyse der Interviews ließen sich Strategien herausstellen, die sich weder typischen formellen Überschlagsstrategien noch genauen Rechnungen zuordnen ließen. Diese *informellen Überschlagsstrategien* traten fast ausschließlich bei den indirekten „Reicht das Geld?"-Aufgaben auf, wo sie einen hohen Stellenwert eingenommen haben. Insgesamt ließen sich diese Strategien bei zwölf Kindern beobachten, sodass mehr als die Hälfte aller Kinder, die die „Reicht das?"-Aufgaben gelöst haben, mindestens einmal auf eine informelle Strategie zurückgegriffen haben. Bei der Multiplikation stellten sie sogar die Hauptstrategie dar.

Gemeinsam ist den informellen Strategien, dass anders als bei den formellen Überschlagsstrategien keine (vollständige) Rechnung durchgeführt wurde. Insgesamt konnten sechs Substrategien ausgemacht werden:

1. *Genaue Rechnung wird abgebrochen, keine Zahl als Ergebnis*
2. *Genaue Rechnung wird abgebrochen, Zahl als Ergebnis*
3. *Genaue Rechnung wird abgebrochen, Restbetrag mit Differenz verglichen, keine Zahl als Ergebnis*
4. *Rechnung mit teilweise gerundeten Werten wird abgebrochen, keine Zahl als Ergebnis*
5. *Rechnung mit teilweise gerundeten Werten, Zahl als Ergebnis*
6. *Schätzen*

Am häufigsten ließ sich die erstgenannte Strategie beobachten. Deshalb sollen die informellen Überschlagsstrategien im Folgenden am Beispiel dieser Hauptstrategie illustriert werden. So löst Mira (siehe Transkript) die Aufgabe 274 € + 68 € (Budget 350 €), indem sie zunächst mit einer Rechnung beginnt, die der halbschriftlichen Strategie „schrittweise" sehr nahe kommt. Den zweiten Summanden zerlegt sie dabei geschickt in 30 + 38, sodass ihre letzte Teilrechnung 304 + 38 wäre. An dieser Rechnung „sieht" sie jedoch schon, dass das Budget von 350 € nicht mehr überschritten werden kann („[…] und das hat gepasst"). Sie hat somit eine genaue Rechnung abgebrochen, beim letzten Rechenschritt geschätzt und „Zahlensinn" bewiesen.

Andere Kinder benutzen in diesem Zusammenhang Formulierungen wie „und dann kann man das schon sehen" oder „und dann noch das Kleingedruckte". Gerade solche Ausdrücke liefern Hinweise darauf, dass die Kinder hier auf ihr Alltagswissen zurückgreifen und die Aufgabe auf ‚natürliche' Weise und nicht nach vorgefertigten und ggf. unverstandenen Regeln lösen.

A 1.2a)	Du hast 350 €. Du kaufst eine Spielekonsole für 274 € und ein Spiel dazu für 68 €. Reicht das Geld?

Miras Rechnung:	274 + 60 = 274 + 30 + 30; 274 + 30 = 304; + 38 (verbalisiert als 83) → passt

M: (liest leise die Aufgabe, nach 25 Sekunden) Passt.

I: Erklär mal.

M: Als erstes hab ich 274 plus 60 gerechnet, das waren, also eher gesagt, ich hab von der 60 30 abgezogen, hab die dann zu den 70 gepackt und das wären dann 304. (…) Und dann hab ich die restlichen 83 dazugerechnet **und das hat gepasst**.

I: Ein anderes Kind hat die Aufgabe gerechnet und gesagt, dass es nicht reicht. Kannst du dir vorstellen, wie das Kind vorgegangen ist?

M: Ich glaub**, das hat nicht in Schritten gerechnet**, vielleicht.

I: Aber man muss ja auch nicht ganz genau rechnen.

M: Mhm. Vielleicht den Überschlag falsch gemacht.

I: Ja und wie hast du das dann da gemacht?

M: Ich rechne das… **ich rechne das immer in Schritten**.

I: Kannst du es denn auch mit Überschlag machen?

M: Ja… Also beide Zahlen mit Überschlag, das wären dann… das wären 370

Insbesondere deuten solche Ausdrücke auch darauf hin, dass die Kinder bewusst auf ein genaues Ergebnis verzichten und sie somit wissen, was *ungefähr* bedeutet. Bei den Kindern, die einen formellen Überschlag mithilfe der Rundungsregeln durchgeführt haben, war dies nicht immer der Fall (vgl. z.B. Hunke 2012, 265f.).

Am Beispiel von Mira wird weiterhin deutlich, dass sie ihr Vorgehen von einem (schulisch erlernten) Überschlag abgrenzt, da sie diesen als alternativen Lösungsweg vorschlägt („Ich glaub, das [andere Kind,] hat nicht in Schritten gerechnet […]. Vielleicht den Überschlag falsch gemacht").

3. Fazit und Konsequenzen für den Unterricht

Für die informellen Überschlagsstrategien lässt sich festhalten, dass der Lösungsweg zu Beginn der Lösung noch nicht zwingend feststeht, diese Strategien Momente des Schätzens enthalten, die Kinder die Ungenauigkeit aushalten und somit die Bedeutung des Begriffs „ungefähr" verinnerlicht haben. Weiterhin sind diese Strategien zumeist weder schulisch erlernt noch regelgeleitet, sondern alltagsnah.

Somit erfüllen informelle Überschlagsstrategien wesentliche Eigenschaften, die einem Zahlensinn zugeschrieben werden (vgl. Lorenz 1998, 12), und sie liefern Hinweise auf flexible Rechenkompetenzen der Kinder im

Sinne des Emergenzansatzes (vgl. Rathgeb-Schnierer 2006) sowie Anknüpfungspunkte zum Konzept des Zahlenblicks (‚Rechnen ohne zu rechnen') (ebd.).

Daraus ergibt sich die Forderung, Lehrkräfte für diese Strategien zu sensibilisieren, damit im Unterricht angemessen auf diese reagiert und daran angeknüpft werden kann. So können diese Strategien aufgegriffen werden, um die Bedeutung von Ungenauigkeit zu thematisieren, ohne sofort auf einen regelgeleiteten formellen Überschlag zurückzugreifen. Damit unterstützt die vorliegende Untersuchung die These, dass sich indirekte Überschlagsfragen besonders zum Einstieg ins Überschlagsrechnen eignen (vgl. van den Heuvel-Panhuizen 2001). Darüber hinaus können sie als besonders substanziell erachtet werden, da sie anders als die direkten „Wie viel ungefähr?"-Aufgaben dazu führen, dass sich Kinder von den Rundungsregeln lösen. Für weitere Analysen der Vorzüge von „Reicht das Geld?"-Aufgaben sei auf Hunke (2011, 2012) verwiesen.

Literatur

Blankenagel, J. (1999): Vereinfachen von Zahlen. In: mathematik lehren - Ganz genau und ungefähr. 93, 10-14.

Hunke, S. (2011): „Reicht das Geld?" - wie Viertklässler Überschlagsergebnisse interpretieren. In: R. Haug & L. Holzäpfel (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht 2011. Münster: WTM, 415-418.

Hunke, S. (2012): Überschlagsrechnen in der Grundschule - Lösungsverhalten von Kindern des vierten Schuljahres bei direkten und indirekten Überschlagsfragen. Wiesbaden: Vieweg + Teubner.

Lemaire, P. & Lecacheur, M. (2002): Children's strategies in computational estimation. In: Journal of experimental child psychology, 82, 281-304.

Lorenz, J. H. (1998): „Rechenstrategien und Zahlensinn". In: Grundschulunterricht, 6, 11-13.

Rathgeb-Schnierer, E. (2006): Kinder auf dem Weg zum flexiblen Rechnen. Eine Untersuchung zur Entwicklung von Rechenwegen bei Grundschulkindern auf der Grundlage offener Lernangebote und eigenständiger Lösungsansätze. Hildesheim [u.a.]: Franzbecker.

Reys, R.E., Rybolt, J.F., Bestgen, B.J. & Wyatt, J. W. (1982): Processes used by good computational estimators. In: Journal for Research in Mathematics Education, 13 (3), 183-201.

Star, J., Rittle-Johnson, B., Lynch, K. & Perova (2009): The Role of Prior Knowledge in the Development of Strategy Flexibility: The Case of Computational Estimation. In: ZDM- The International Journal on Mathematics, 41 (5), 569-579.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2001): Children learn Mathematics. A learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school. Utrecht: Freudenthal Institut.