

Judith STANJA, Duisburg-Essen

Überlegungen zur Analyse elementaren stochastischen Denkens aus semiotischer Perspektive

1. Einleitung

Um die Komplexität stochastischer Begriffe repräsentieren zu können ist eine Vielfalt an semiotischen Darstellungsmitteln unerlässlich. Grundschulkindern stehen solche Mittel nur eingeschränkt zur Verfügung um stochastische Situationen beschreiben und verstehen zu können. Es stellt sich die Frage: Wie hängt die Verfügbarkeit und der (kompetente) Umgang mit bereitgestellten Mitteln mit dem Verstehen und Lernen stochastischer Konzepte zusammen? Es könnte sein, dass Kinder ein gutes Verständnis haben, es aber nicht mitteilen können. Zudem wäre denkbar, dass die Beschränkung der Mittel auch Einfluss auf die Konstruktion neuer Konzepte hat. In jedem Fall müssen die Einschränkungen bezüglich der Mittel berücksichtigt werden, wenn man (entstehendes) stochastisches Denken von Grundschulkindern untersuchen will. Im Rahmen einer empirischen Studie wurden Kinder (3. Klasse) ohne oder mit geringer Vorerfahrung in Stochastik interviewt, es folgte eine Intervention mit dem Schwerpunkt auf stochastischen Vorhersagen und im Anschluss eine Erhebung von Nachinterviews. Der Fokus wird auf das Kind und seine Nutzungsweisen und Interpretationen bereitgestellter Darstellungsmittel gelegt. Die videografierten und transkribierten Interviews sind die zentralen Forschungsdaten der Untersuchung. In diesem Beitrag wird der semiotische Ansatz Duvals vorgestellt und seine Anwendbarkeit zur Analyse von elementarem stochastischen Verstehen diskutiert.

2. Verstehen analysieren

Häufig wird Verstehen in der Stochastik „konzeptorientiert“ (aus Sicht der Mathematik) beschrieben und analysiert. D.h. wenn ein Kind Verständnisprobleme hat, dann wird dies mit der Komplexität der Konzepte erklärt. Duval (2011) kritisiert diese Vorgehensweise zur Beschreibung von Verstehen und Verständnisproblemen in Mathematik, da sie ausschließlich aufgabenspezifisch Antworten liefern kann und dazu tendiert Verständnisprobleme ausschließlich auf die Konzepte (und ihre Komplexität) zurückzuführen. Er unterbreitet den Vorschlag einer epistemologisch orientierten Charakterisierung, die der Besonderheit des Zugangs zu Objekten der Mathematik und mathematischer Arbeitsweisen und Denkweisen Rechnung trägt (Duval 2011). Für mathematisches

Denken sind semiotische Repräsentationen von großer Bedeutung. Sie dienen dazu mathematische Objekte zu bezeichnen, mit ihnen zu arbeiten und über sie zu kommunizieren (Vgl. auch Hoffmann 2003). Aus Sicht der Lernenden ergibt sich gewissermaßen ein Paradox bezüglich des Zugangs zu mathematischen Objekten: Nur durch Repräsentationen sind mathematische Objekte zugänglich. Aber diese dürfen nicht mit den mathematischen Objekten identifiziert werden (Duval 2006). In der Mathematik gibt es eine natürliche Vielfalt an semiotischen Repräsentationssystemen. Die verschiedenen Repräsentationen bieten verschiedene Möglichkeiten der Transformation. **Treatments** betreffen solche Transformationen, die innerhalb eines Registers vorgenommen werden. Es kann sein, dass ein Treatment ohne Rückgriff auf eine mathematische Eigenschaft durchgeführt wird. Daher haben für das Verstehen und für mathematisches Denken sogenannte **Conversionen** eine größere Bedeutung, bei der das Register gewechselt wird. Durch den Wechsel ändern sich die Eigenschaften des Objektes, die deutlich gemacht werden können. Es ist zu beachten, dass sich bei Vertauschung der Richtung der Conversion (Ausgangs- und Zielregister) die Anforderungen ändern können. Zum Beispiel kann die Frage nach einem Kreisel, bei dem lila wahrscheinlicher ist als orange in vielfältiger Weise beantwortet werden. Hierbei handelt es sich um eine nicht-kongruente Conversion, d.h. eine 1-1-Zuordnung zwischen allen bedeutungsvollen Komponenten ist nicht möglich, da die Wahl der bedeutungsvollen Komponenten der Zielrepräsentation nicht eindeutig ist. Für die relevanten Komponenten, die abgebildet werden können, ändert sich die Struktur (Abb. 1).

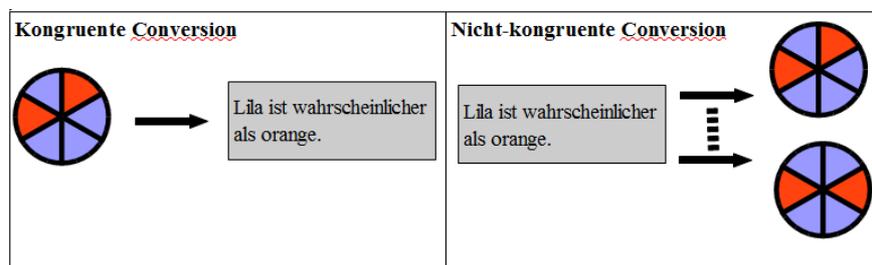


Abb.1 Kongruente und Nicht-Kongruente Conversion (Ausgangs- und Zielregister vertauscht)

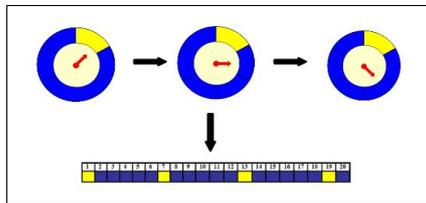
Der umgekehrte Fall – dass ausgehend von einem zweifarbigen Kreisel die richtige Aussage gefunden werden muss – ist eine kongruente Conversion. Nach Duval sind es gerade nicht-kongruente Conversionen, die für viele

Schüler eine unüberwindbare Barriere darstellen. Für Lernende besteht die Schwierigkeit beim Wechsel der Repräsentationen darin das Gleiche im Verschiedenen zu sehen und von Anderem zu unterscheiden. Das ist insbesondere dann relevant, wenn es um die Einführung neuer Konzepte geht. Verstehen setzt die Koordination von Registern voraus (Duval 2006, S.115). Die Stochastik nutzt Repräsentationen, die auch in anderen mathematischen Gebieten vorkommen: Bruchzahldarstellungen oder Flächen um z.B. Wahrscheinlichkeiten zu repräsentieren. Darüber hinaus können noch Listen, Diagramme oder Tabellen hinzukommen. Für die Mitteilung einer anderen Qualität (Stichwort „Unsicherheit“) von stochastischen Vorhersagen und die Angabe von Wahrscheinlichkeitsvergleichen stehen Grundschulern ausschließlich sprachliche Mittel (in Verbindung mit Listen/Diagrammen) zur Verfügung. Die Verwendung von Repräsentationen aus anderen mathematischen Gebieten birgt bei einigen Problemstellungen die Gefahr, dass Kinder Ersatzstrategien für die Lösung nutzen können. Um das stochastische Verstehen der Kinder zu erkunden, wurde versucht für die Interviews Aufgaben zu entwerfen, die keine Ersatzstrategien zulassen.

3. Eine Vorhersage machen und begründen

Soll ein Kind eine Vorhersage mit Hilfe einer Liste machen, dann werden als Repräsentationen der Kreisel, die Liste und sprachliche Ausdrücke benötigt und diese müssen aufeinander bezogen werden. Beim Kreisel sind die Anzahl der Farben, der Felder sowie die Größe der Felder relevant. Sprache ermöglicht die Unsicherheit des Ausgangs zu verdeutlichen, eine begründete Einordnung der Liste in eine Reihe von Listen vorzunehmen und den Bezug zum Kreisel zu herauszustellen. Die Verwendung der Liste kann die Mitteilung von Ideen erleichtern indem sie Zeigehandlungen in Kombination mit sprachlichen Erklärungen ermöglicht. Wie gehen Kinder tatsächlich mit den vorhandenen Repräsentationen um? Das folgende Beispiel von Andras zeigt, dass Kinder diese nicht unbedingt in derselben Weise nutzen wie Experten. Andras glaubt, dass der Ausgang des Experiments ganz sicher wie in Abbildung 2 dargestellt aussieht. In seiner Begründung wird deutlich, dass er die für ihn sichere Abfolge von Zeigerpositionen des Kreisels eindeutig den Positionen in der Liste (Abfolge) zuordnet. Andras' Koordination wird in seinen sprachlichen

Äußerungen in Verbindung mit Gesten deutlich (siehe Abb. 2).



„Ich habe mir (*räuspert sich*) so überlegt, dass der (*schaut auf den Kreisel*) dann immer einen weitergeht (*schaut den Interviewer an*).“

„Hier, (*zieht den Kreisel zu sich*) das ist ja, hier stand der auf gelb (*dreht am Kreisel*). Geht der auf blau (*schaut den Interviewer an*) und dann die nächste Runde (*macht kreisende Handbewegung über dem Kreisel und schiebt den Pfeil des Kreisels auf das nächste blaue Feld*) denke ich wird der auf, geht der wieder auf blau.“

„Wieder.“

„Wieder, wieder, wieder (*dreht den Pfeil immer ein Farbfeld weiter*) und dann wieder gelb.“

Abb.2 Darstellung der Koordination von Andras

Für Andras scheinen einzelne Positionen des Zeigers beim Kreisel relevant zu sein. Die Farben, die er in die Liste eingetragen hat ergeben sich aus den gedachten Zeigerpositionen. Es lassen sich keine Ausdrücke für Beziehungen zwischen den Anzahlen gelber und blauer Felder auf dem Kreisel finden. Auch sprachliche Ausdrücke für Unsicherheit, Wahrscheinlichkeiten usw. finden sich hier nicht.

4. Diskussion

Duvals Ansatz bietet Begrifflichkeiten für eine präzise Beschreibung dessen, was von den Kindern bei der Beantwortung von Fragen im Interview gefordert wird. Darüber hinaus ließen sich durch eine Modifikation von „Treatment“ und „Conversion“ genaue Beschreibungen dazu anfertigen, wie die Kinder mit den bereitgestellten Repräsentationen umgehen und diese koordinieren. Eine solche genaue Beschreibung kann dann zur Rekonstruktion von elementarem Verstehen und von möglichen stochastischen (Prä-)Konzepten dienen. Sie könnte eine Möglichkeit eröffnen, die Komplexität des Lernens von Stochastik aus einer semiotischen Perspektive heraus zu beleuchten. Das Aufdecken von Schwierigkeiten bei der Koordination von Repräsentationen kann eine Grundlage für das Entwerfen möglicher Lerngelegenheiten bieten.

Literatur

- Duval, R. (2006): A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. In: Educational Studies in Mathematics, 61, 103–131.
- Duval, R. (2011): Idées directrices pour analyser les problèmes de compréhension dans l'apprentissage des mathématiques. XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil.
- Hoffmann, M. H. G. (Hrsg.). (2003). Mathematik verstehen. Semiotische Perspektiven. Hildesheim, Franzbecker.