

Andrea MAIER, Karlsruhe, Christiane BENZ, Karlsruhe

## **Das Verständnis ebener geometrischer Formen von Kindern im Alter von 4 – 6 Jahren**

### **Einleitung**

Seit internationalen Vergleichsstudien wie TIMSS oder PISA wurde das Thema der frühen mathematischen Bildung und wie diese im Elementarbereich aussehen soll weit diskutiert. Im baden-württembergischen Orientierungsplan für den Kindergarten ist Mathematik seitdem im Bereich „Denken“ inbegriffen. Wie genau diese Bereiche umgesetzt werden, bleibt den einzelnen Einrichtungen selbst überlassen. Gasteiger (2010) unterscheidet zwischen lernwegorientierten und lernzielorientierten Ansätzen, welche in unterschiedlichen Ausprägungen beide in Kindertageseinrichtungen umgesetzt werden. Hier ansetzend untersucht die vorliegende Studie mathematische Kompetenzen von Kindern aus zwei unterschiedlichen Bildungssituationen. Zum einen nahmen 4 – 6jährige Kinder aus einem deutschen Kindergarten an der Untersuchung teil und zum anderen Kinder gleichen Alters aus einer englischen Grundschule, teilweise noch der „foundation stage“ (Basisbildung für 3 – 5jährige) und teilweise der „key stage 1“ (erste Stufe der verpflichtenden Schulbildung für 5 – 7jährige Kinder) angehörende Kinder. Folglich wurden in der Studie Kompetenzen von Kindern aus einem eher spielerischen Lehr-lern-Umfeld und einer eher curricular orientierten Lehr-/Lernumgebung untersucht.

### **Theoretischer Hintergrund**

Da der Schwerpunkt des hier aufgeführten Untersuchungsausschnitts auf dem Verständnis ebener geometrischer Formen liegt, werden im Folgenden einige hierfür relevante theoretische Inhalte kurz dargestellt.

Vollrath (1984) bezeichnet ein „umfassendes Begriffsverständnis“ mit der Fähigkeit „Formen benennen“, eine „Definition der Form geben“, „weitere Repräsentanten (Beispiele) dieser Gruppe zeigen“ und „alle Eigenschaften nennen“ zu können. Jeder einzelne dieser Aspekte wurde in den Aufgaben der eigenen empirischen Studie untersucht. Dabei wurde auch die Fähigkeit der Kinder untersucht, weitere Repräsentanten einer Form in ihren Zeichnungen darzustellen.

Seit den von Piaget (1975) durchgeführten Versuchsreihen zum Zeichnen, aufgrund derer er nur das Wissen und die Vorstellung der Kinder mit ihren Zeichnungen in Verbindung brachte und die Zeichenfähigkeit außer Acht ließ, gab es viele Untersuchungen aus den unterschiedlichsten Fachdisziplinen zu Kinderzeichnungen, wie etwa der Psychologie (Winner, 1982;

Schuster, 2000), der Kunstpädagogik (Kläger, 1990; Reiß, 1996) oder der Gehirnforschung (Gazzaniga & Le Doux, 1983). Kläger (1990) fasst die Erkenntnisse aller Disziplinen zusammen, indem er feststellt, dass es sowohl der Zeichenfähigkeit als auch dem abrufbaren Wissen bzw. der Vorstellung über eine Form oder einen Gegenstand bedarf, um diese oder diesen naturgetreu zeichnen zu können. Aus fehlerhaften Zeichnungen der Kinder, wie es einst Piaget darstellt, könne nicht gleich auf ein unzureichendes Wissen und eine mangelnde Vorstellung geschlossen werden. Deshalb sollten derartige Studien immer durch Interviews begleitet sein (vgl. Kläger, 1990). Für diese ist es jedoch erforderlich, dass auch die Sprachentwicklung der Kinder betrachtet wird.

Für die Entwicklung der Begriffsbildung existieren im Bereich der Sprachentwicklung verschiedene Theorien (vgl. Szagun, 2008). Bei der „Prototypentheorie“ werden zu Beginn der Sprachentwicklung manche Mitglieder einer Kategorie als typischer kategorisiert als andere, da nicht jedes Mitglied einer Klasse über alle Merkmale verfügt. Mitglieder mit vielen gemeinsamen Merkmalen werden als prototypische Mitglieder (z.B. Spatz oder Rotkehlchen der Kategorie „Vogel“) bezeichnet, Mitglieder mit weniger gemeinsamen Merkmalen als periphere Mitglieder (z.B. Huhn der Kategorie „Vogel“).

### **Forschungsfragen**

Der Frage, über welches Verständnis ebener geometrischer Formen Kinder im Alter von 4 bis 6 Jahren verfügen und wie sich dieses innerhalb eines Schul- bzw. Kindergartenjahres weiterentwickelt, wurde in der Studie nachgegangen. Dazu sollten die folgenden Feinziele dargestellt werden:

- Wie lösen, erklären und begründen die Kinder die ihnen gestellten Aufgaben zum Verständnis geometrischer Formen?
- Wie verändert sich dieses Verständnis und die Qualität ihrer Handlungen innerhalb eines Schul- bzw. Kindergartenjahres?
- Beeinflusst die Bildungsumgebung, wie frühes Lernen gefördert wird, die Kompetenzen der Kinder?

### **Methode**

Insgesamt wurde die Studie mit 77 Kindern (34 englischen und 43 deutschen) in Form klinischer Interviews durchgeführt. Die Studie wurde in zwei Durchgängen konzipiert, zu Beginn des Schuljahres 2008/2009 und gegen Ende des Schuljahres 2008/2009, ohne Intervention.

Die hier vorgestellten Aufgaben sind (1) „Formen erklären“, bei welcher die Kinder eine Form, bspw. ein Dreieck, jemandem erklären sollten, „der noch nie ein Dreieck gesehen hat“, (2) „Formen zeichnen“, wobei die Kinder aufgefordert wurden ein Dreieck, dann ein weiteres, sich vom ersten unterscheidendes Dreieck, dann wieder ein weiteres usw. zu zeichnen und (3) „Formen identifizieren“, wobei den Kindern ein Blatt mit unterschiedlichen Formen vorgelegt wurde und bspw. alle Kreise markiert werden sollten und dann zum Begründen aufgefordert wurden, warum die von ihnen markierten Formen Kreise sind. Dies wurde auch mit Quadraten und Dreiecken durchgeführt.

## Ergebnisse

Einige Ergebnisse werden hier exemplarisch dargestellt. Bei der Aufgabe „Formen erklären“ konnten fünf Kategorien herausgearbeitet werden.

	keine Erklärung		durch Gesten		durch Vergleiche		informell		formell	
	E	D	E	D	E	D	E	D	E	D
2008	12%	23%	6%	21%	6%	9%	9%	30%	62%	17%
2009	0%	23%	15%	21%	3%	21%	20%	49%	62%	14%

Wie in der Tabelle deutlich zu erkennen ist, wurden die Formen, hier am Beispiel Dreiecke, von englischen Kindern häufiger erklärt als von den deutschen. Die deutschen Kinder verwendeten sowohl mehr Gesten und Handbewegungen als auch – vor allem beim zweiten Untersuchungsdurchgang – mehr Vergleiche als die englischen Kinder. Die Mehrheit der deutschen Kinder erklärten ihre Formen informell während die Mehrheit der englischen Kinder die Formen bereits formell erklärten.

Bei der Aufgabe „Formen zeichnen“ von Dreiecken zeichneten die meisten Kinder, sowohl in England als auch in Deutschland, Dreiecke, die sich im Flächeninhalt unterschieden. Die Zeichnungen der englischen Kinder, von denen ein Großteil die Formen bereits formell erklärte, stimmten häufig nicht mit ihren Erklärungen („auswendig gelernten Definitionen“) überein.

Eine weitere Aufgabe, welche Aufschluss über das Verständnis der Kinder ebener geometrischer Formen gibt, ist die Aufgabe zum „Formen identifizieren“: beim „Kreise identifizieren“ markierten alle englischen Kinder alle richtigen Kreise und nur diese. Die deutschen Kinder markierten häufig zusätzlich die ovale Form als Kreis. Umgekehrt waren die Ergebnisse beim „Quadrate markieren“. Hier markierten mehr deutsche als englische Kinder alle abgebildeten Quadrate, während die englischen Kinder dazu neigten,

nur die horizontalen Quadrate zu markieren. Quadrate, die auf der Spitze standen, wurden als Rauten bezeichnet und vom Quadrat abgegrenzt.

## **Zusammenfassung**

Betrachtet man alle Ergebnisse lassen sich folgende erste Erkenntnisse ableiten: Insgesamt gibt es, vor allem sichtbar in den Ergebnissen der englischen Kinder, eine Diskrepanz zwischen Definitionswissen und tatsächlicher Übertragung auf reale Formen. Darüber hinaus benennen die englischen Kinder die Formen häufiger mit formalen geometrischen Begriffen, es gibt bei ihnen aber auch eine größere Abhängigkeit von zuvor gezeigten Prototypen. Die deutschen Kinder erweiterten ihr Begriffsverständnis, obwohl sie nicht explizit darin unterwiesen wurden. Die Frage, welche offen bleibt, ist wann der beste Zeitpunkt für die Förderung des Begriffsverständnisses ist und auf welche Weise dies erfolgen sollte, damit die Kinder ein umfassendes Verständnis über Formen erwerben. Das Problem der Prototypabhängigkeit wird dabei in der Literatur diskutiert (Sarama & Clements 2009, S. 216) und könnte in weiteren Langzeitstudien gerade in verschiedenen Bildungskontexten untersucht werden.

## **Literatur**

- Gasteiger, H. (2010): Elementare mathematische Bildung im Alltag der Kindertagesstätte: Grundlegung und Evaluation eines kompetenzorientierten Förderansatzes. Münster u.a.: Waxmann Verlag.
- Gazzaniga, M.S.; Le Coux, E. (1983): Neuropsychologische Integration kognitiver Prozesse. Stuttgart: Enke Verlag.
- Kläger, M. (1990): Phänomen Kinderzeichnung. Manifestation bildnerischen Gestaltens. Baltmannsweiler: Pädagogischer Verlag Burgbücherei Schneider GmbH.
- Piaget, J., Inhelder, B. u.a. (1975a): Die Entwicklung des räumlichen Denkens beim Kinde. Stuttgart: Ernst Klett Verlag.
- Piaget, J., Inhelder, B.; Szeminska, A. (1975b): Die natürliche Geometrie des Kindes. 1. Auflage. Stuttgart: Ernst Klett Verlag.
- Reiß, W. (1996): Kinderzeichnungen – Wege zum Kind durch seine Zeichnung. Berlin: Hermann Luchterhand Verlag GmbH.
- Sarama, J.; Clements, D.H. (2009): Early Childhood Mathematics Education Research. Learning Trajectories for Young Children. New York: Routledge.
- Schuster, M. (2000): Psychologie der Kinderzeichnung. 3. Überarbeitete Auflage. Göttingen: Hogrefe Verlag.
- Szagan, G. (2008): Sprachentwicklung beim Kind. Ein Lehrbuch. 2. Auflage. Weinheim und Basel: Beltz Verlag.
- Vollrath, H.-J. (1984): Methodik des Begriffslehrens im Mathematikunterricht. 1. Auflage. Stuttgart: Ernst Klett Verlag.
- Winner, E. (1982). Invented Worlds. Harvard University Press.