Alexandra WALTER, Sanjeeva DISSANAYAKE, Felix HORAK,
Kay SCHMITT & Philipp ULLMANN, Frankfurt

Mathematikunterricht: Mit der Welt der Schüler rechnen

In einem interdisziplinären Lehrprojekt an der Universität Frankfurt trafen im Wintersemester 2011/12 Studierende der Kulturanthropologie und des gymnasialen Mathematiklehramtes aufeinander, um unterschiedliche Sichtweisen von Mathematik kennen zu lernen und das eigene Fachverständnis zu hinterfragen. Ein Ziel des Forschungsseminars „Die kulturelle Macht mathematischer Darstellungen" war es, bei den angehenden Mathematiklehrer/innen ein Gefühl für die Eigenlogik der Mathematik wie auch für abweichende Argumentations- und Denkweisen zu entwickeln, um ihnen im späteren Berufsleben zu erleichtern, mit den (Denk-)Welten der Schüler/innen sensibel umzugehen. Stellvertretend für das Seminar referieren vier Studierende ihre Erkenntnisse.

Mathematik als objektive Wissenschaft? (Alexandra Walter)

In Schule und Studium wird Mathematik oft als ein Werkzeug inszeniert, das die Welt objektiv beschreiben kann. Alltagsgegenstände wie Landkarten oder Statistiken scheine n fortwährend zu bestätigen, dass mathematische Darstellungen die Wirklichkeit unverzerrt und unabhängig vom jeweiligen Kontext abbilden.

Die Mercatorkarte, die z.B. bei Google Maps, aber auch bei den meisten anderen Routenplanern verwendet wird, ist ein besonders populäres Beispiel. Vergleicht man auf dieser Karte die Flächen von Grönland und Afrika, erscheinen beide in etwa gleichgroß – doch in Wirklichkeit ist Afrika ca. 14-mal größer. Es stellt sich die Frage: Bildet die Karte die Erdoberfläche falsch ab? Ist sie *nicht* objektiv?

Abb. 1: Mercatorkarte
(Quelle: Wikipedia)

Auf der Suche nach der Herkunft der Karte stößt man rasch auf Gerardus Mercator (1512-1594), der das Ziel verfolgte, eine Karte *ad usum navigantium*, also für die Schiffsnavigation zu erstellen. Damals spielten Loxodrome (Kurven konstanten Kurses) eine besondere Rolle, weil solche Kurse mit dem Kompass leicht zu halten waren. Mercator stand vor dem Problem, die gekrümmte Erdoberfläche sinnvoll auf eine ebene Karte zu projizieren. Er wählte ein mathematisches Modell, bei dem Loxodrome auf der Karte als Geraden abgebildet werden – eine große Erleichterung für den Steuermann. Dafür nahm Mercator in Kauf, dass Flächen umso stärker verzerrt werden, je weiter sie vom Äquator entfernt sind – was Grönland in etwa so groß wie Afrika erscheinen lässt.

An diesem Beispiel lässt sich gut erkennen, dass mathematische Beschreibungen die Welt (hier ganz wörtlich) verzerren, und dass das Ergebnis einer Modellierung vom jeweiligen Zweck abhängt. Diese Subjektivität und Kontextgebundenheit von Mathematik, die den Alltag durchzieht, sollten Schüler/innen im Mathematikunterricht erfahren.

Mathematik als universelle Denkstruktur? (Sanjeeva Dissanayake)

„Wie ist es möglich, dass die Mathematik, letztlich doch ein Produkt menschlichen Denkens unabhängig von der Erfahrung, den wirklichen Gegebenheiten so wunderbar entspricht?“ Dieses Albert Einstein zugeschriebene Zitat unterstellt, dass Mathematik, Denken und Wirklichkeit eng miteinander zusammenhängen. Üblicherweise wird die Verbindung folgendermaßen hergestellt: Unsere Welt ist logisch strukturiert, und diese Logik findet sich sowohl im menschlichen Denken als auch in der Mathematik (als logischer Wissenschaft) wieder. Mathematik ist folglich in der Lage, die universellen Strukturen der Wirklichkeit zu erkennen und zu beschreiben. Aber gibt es wirklich nur *eine* Logik, und sind die Strukturen tatsächlich universell?

Der Entwicklungspsychologe Jean Piaget meldet in seinem Buch *Psychologie der Intelligenz* zumindest leise Zweifel an. Denken, so Piaget, gründet nicht in der Logik, sondern im Erfahrungshandeln. Handlungen werden verinnerlicht und damit „beweglich“. Die Beweglichkeit wird nach und nach operativ strukturiert und mündet am Ende in der Logik als formalisiertem Operieren. Doch obwohl jedes Kind unterschiedliche Erfahrungen macht, stehen am Ende der Entwicklung die für alle gleichen universellen Denkgesetze, die Piaget als die „fünf Bedingungen der Gruppierung“ in der axiomatischen Sprache der Mathematik formuliert.

Der Anthropologe Claude Lévi-Strauss bricht in *Das wilde Denken* radikaler mit der Universalität der Logik. Nach ihm liegt der Grund des Denkens darin, dass Menschen ihre Umwelt ordnen und strukturieren. Da diese Strukturierungen sich in verschiedenen Kulturen unterscheiden, schließt Lévi-Strauss daraus, dass Denken kulturspezifisch ist und es konsequenterweise mehrere Logiken gibt. Ganz kann sich allerdings auch er nicht vom Gedanken der Universalität trennen, und so findet er innerhalb der verschiedenen Logiken strukturelle Gemeinsamkeiten, die er im „totemistischen Operator“ mathematisch visualisiert.

Nimmt man im Mathematikunterricht ernst, dass es unterschiedliche Denkweisen, ja sogar unterschiedliche Logiken gibt, stellt das Lehrer/innen vor die hohe Anforderung einer größtmöglichen Sensibilität und Ergebnisoffenheit, um andere Denkweisen zuzulassen und zu fördern.

Mathematik als Hort sicheren Wissens? (Felix Horak)

Mathematisches Wissen gilt als einzigartig, sicher und unumstößlich. *Einzigartigkeit* bedeutet im strengen Sinn des Wortes, dass es nur eine einzige, universelle Form von Mathematik gibt. *Sicherheit* verbürgen vor allem die logisch-deduktiven Argumentations- und Beweistechniken. *Unumstößlichkeit* suggeriert Mathematik vor allem dadurch, dass mathematisches Wissen zeitlos gültig ist. Vor dem Hintergrund dieser drei Begriffe wird im Folgenden die Verbindung von Mathematik und Lebenswelt diskutiert.

Mathematisches Modellieren setzt in der Regel an einer komplexen und subjektiven Situation der Lebenswelt an. Bei deren Mathematisierung gerät man mit der Einzigartigkeit der Mathematik in Konflikt, denn es gibt keine universellen Regeln, was bei der notwendigen mathematischen Reduktion wegfallen darf und was nicht. Hat man diese Klippe umschifft, wird im nächsten Schritt innermathematisch gearbeitet. Die resultierende Kette mathematischer Schlüsse ist zwar sicher, aber ihre Zweckdienlichkeit für die Lebenswelt ist zumindest unklar, weil der Kontext der Situation unberücksichtigt geblieben ist. Zuletzt muss das mathematische Resultat interpretiert werden. Obwohl dieser Schritt den größten Einfluss auf die Lebenswelt ausübt, unterliegt er – im Gegensatz zum innermathematischen Arbeiten – keiner spezifischen Kontrollinstanz. Hier geht es eher um Vertrauen und Glaubwürdigkeit als um eine lückenlose Argumentationskette, was mit der Unumstößlichkeit mathematischen Wissens nur schwer zu vereinbaren ist.

Indem man diese Widersprüchlichkeiten des mathematischen Arbeitens ausblendet, vermittelt man ein schiefes und unproduktives Bild von Mathematik. Die vermeintliche Einzigartigkeit erschwert es, Vielfalt und Toleranz zuzulassen. Das Versprechen der Sicherheit befördert ein unreflektiertes, algorithmisches und kleinschrittiges Vorgehen. Verantwortung wird an die Mathematik abgegeben, das Bildungsziel der Mündigkeit und der Blick für das Ganze geraten in Gefahr. Die vorgebliche Unumstößlichkeit schließlich erstickt Kreativität, Intuition und Mut unter einem Ohnmachtsgefühl. Stattdessen sollte Mathematikunterricht das problematische Verhältnis von Mathematik und Lebenswelt stärker und ehrlicher betonen.

Mathematik als hegemoniales Wissen? (Kay Schmitt)

Dieser Teil setzt die vorangegangenen Überlegungen in einen theoretischen Rahmen. „Es ist allgemein akzeptiert, dass der einzige Zugang zur Moderne über das mathematische Wissen führt", schreibt der Ethnomathematiker Ubiratan D´Ambrosio. In der Tat ist die moderne Welt durchdrungen von Mathematik: Politische Statistiken, wirtschaftliche Analysen und (natur)wissenschaftliche Erkenntnisse greifen auf sie zurück, und als gesellschaftliches Subjekt wird man regelmäßig mit mathematischen Darstellungen konfrontiert. Mathematik wird dabei zumeist als objektiv und strikt apolitisch angesehen, weil sie Sachverhalte objektiv darstellt und oft (den) einen rationalen Schluss nahe legt.

Wenn wir aber als Prämisse akzeptieren, dass bei jedem Versuch, die Lebenswelt mit unseren Deutungsinstrumenten (wie Sprache, Religion oder eben auch Mathematik) zu interpretieren, ein Sachverhalt niemals als Ganzes dargestellt werden kann, dann stellt sich die Frage, wie mathematische Darstellungen mit diesem Problem umgehen. Dem soll anhand der drei Kategorien Macht, Interesse und Ideologie kurz nachgegangen werden.

Macht üben mathematische Darstellungen aus, indem sie die alleinige, einzig vernünftige Deutungshoheit über eine Situation beanspruchen. Die Kategorie des *Interesses* verweist darauf, dass mathematische Darstellungen manipulieren, und wirft die Frage nach den Profiteuren auf. Die *Ideologie* schließlich gründet in der Logik von Objektivität, Quantifizierung und Rationalität: Grundannahme einer jeden mathematischen Darstellung ist, dass die Welt aus wohlunterscheidbaren, schadlos aus ihrem Kontext lösbaren Objekten besteht. Durch den Prozess der Quantifizierung werden diese Objekte homogenisiert und innerhalb eines formalisierten Schemas verortet, um sie am Ende dem rationalen Schließen zu unterwerfen.

Der heutige Mathematikunterricht trägt nicht unerheblich dazu bei, eine unkritische Grundhaltung gegenüber mathematischen Darstellungen zu fördern. Zu selten wird gefragt, was bei der mathematischen Modellierung verloren geht oder welche Interessen damit verfolgt werden. Schüler/innen sollten die rhetorische Macht mathematischer Darstellungen im Unterricht thematisieren und sich eine kritische Perspektive erarbeiten: Mathematik ist (auch) eine Form hegemonialen Wissens, Mathematik ist (auch) politisch.

Weitere Informationen

www.math.uni-frankfurt.de/~ullmann/11ws/KulturelleMacht

Dr. Philipp Ullmann ♦ Institut für Didaktik der Mathematik und der Informatik

Dr. Ina Dietzsch ♦ Institut für Kulturanthropologie und Europäische Ethnologie

Das Lehrprojekt wurde gefördert von der Universität Frankfurt.