

Christina M. KRAUSE, Bremen

Arten des Zeichengebrauchs und ihre Rolle im mathematischen Erkenntnisprozess

Ziel dieses Projektes ist es, Einsichten darüber zu erlangen, wie der Einsatz von Zeichen die Konstruktion mathematischen Wissens fördern kann. Einem bestehenden Modell zur Beschreibung der Wissenskonstruktion in sozialen Interaktionen soll so eine semiotische Perspektive hinzugefügt werden. Hierzu wird untersucht, wie Schüler unterschiedliche Zeichen einsetzen und wie epistemische Handlungen dadurch unterstützt werden.

Im mathematischen Diskurs kommunizieren Schüler nicht nur durch Sprache, sondern setzen vielfältige semiotische Ressourcen ein. Basierend auf Arzarellos Modell des semiotischen Bündels (Arzarello, 2006) wird synchroner und diachroner Zeichengebrauch unterschieden, um Beziehungen zwischen Funktionen simultan gebrauchter Zeichen, wie auch Funktionen des Wechsels im Zeichengebrauch zu beschreiben. Unterstützt durch eine Kategorisierung des Gebrauchs der einzelnen Komponenten des Zeichenzusammenspiels werden so folgende Fragestellungen untersucht:

- Wie und mit welchen Funktionen werden Zeichen in Erkenntnisprozessen gebraucht?
- In welcher Weise unterstützt der Zeichengebrauch den Wissenskonstruktionsprozess?

1. Theoretischer Hintergrund

In dieser Studie betrachte ich epistemische Prozesse der Konstruktion mathematischen Wissens. Dieses kann in sozialen Interaktionen durch die drei epistemischen Handlungen des *Sammelns* kleinster mathematischer Bedeutungen, des *Verknüpfens* solcher Einheiten und des *Sehens von Strukturen*, also Regelhaftigkeiten, beschrieben werden („SVSt-Modell“: Bikner-Ahsbahr, 2005). Mithilfe einer semiotischen Perspektive soll nun der Aspekt der Ressourcen als Quelle und Mittel epistemischen Handelns integriert werden.

Nach Peirce ist ein Zeichen „etwas, dass für jemanden in gewisser Hinsicht oder Fähigkeit für etwas steht.“ (Peirce zitiert nach Nöth, 2000). Die Zugänglichkeit eines mathematischen Objektes ist daher abhängig von den zur Verfügung stehenden Darstellungen des Objektes und den Möglichkeiten, die sich für den Interpreten durch diese bieten. Diese Möglichkeiten werden nach außen im Zeichengebrauch sichtbar. Zeichengebrauch setzt sich zusammen aus einer Komposition von Zeichen und ihren situationsbezogenen

nen Funktionen im Wissenskonstruktionsprozess. Rückschlüsse auf die Funktion des Gebrauchs eines einzelnen Zeichens können aus ihren Eigenschaften gezogen werden. Hier wird Flüchtigkeit und Selbstkreiertheit jeweils mit zwei Abstufungen unterschieden. Während *fixierte* Zeichen (beispielsweise Diagramme, Markierungen, Notizen) eine andauernde Darstellung und Kennzeichnung von Ideen zulassen, ermöglichen *flüchtig* gebrauchte Zeichen (wie Gesten oder Sprache) ein erstes Ausprobieren. Dadurch können z.B. zunächst Ansätze umrissen und ausgehandelt werden, ohne sich auf Details festzulegen. Im Grad der Selbstkreiertheit wird in Anlehnung an Wetzels, Kester und van Merriënboer (2010) zwischen *vorgegebenen* und *selbstkreierten* Zeichen unterschieden. Nach Wetzels et al. (2010) muss das Denken vorgegebenen Zeichen angepasst werden, wodurch der Umgang mit diesen eine zusätzliche Lernleistung darstellt. Selbstkreierte Zeichen hingegen können dem gedachten mathematischen Objekt oder der Idee eines Objektes angepasst werden und bieten somit eine



intuitiver zugängliche Ausdrucksmöglichkeit. Unter Berücksichtigung dieser beiden Dimensionen ergeben sich nun vier mögliche Formen des Gebrauchs eines Zeichens (siehe links).

2. Methodische und methodologische Überlegungen

Datenerhebung und Wahl der Aufgabe

Verwendet werden Daten aus dem von der German-Israeli-Foundation geförderten Forschungsprojekt „Effective mathematical knowledge construction in interest-dense situations“ (Grant 946-357.4/2006). Es wurden drei Aufgaben von jeweils drei leistungsstarken Schülerpaaren der 10. Klasse bearbeitet. Diese Bearbeitungsprozesse wurden aus bis zu drei Perspektiven videografiert: erstens frontal, um die im Gestenraum (vom Hals bis zur Tischplatte im Bereich zwischen den Schultern) produzierten Gesten zu erfassen, zweitens mit Fokus auf den Schreibprozess, um das Erstellen von Inskriptionen und den Verweis auf diese beobachten zu können. Bei Einsatz dynamischer Geometrie-Software erfolgte außerdem eine Aufnahme des Monitors. Mithilfe dieser Videos wurde ein Transkript erstellt, in dem sowohl sprachliche als auch nicht-sprachliche Handlungen erfasst wurden.

Für erste Analysen fiel die Entscheidung auf die Bearbeitungen einer Aufgabe zur Parabel als geometrischem Ort, da durch die Aufgabenstellung ein semiotisch breites Spektrum von Handlungen gefordert wird (zur konkreten Aufgabenstellung siehe Krause, 2011).

Analyse und Typenbildung

Zunächst erfolgte eine Sichtung des Videomaterials auf besonders zeichenintensive Episoden. Für diese wurde der Zeichengebrauch beschrieben und nach seiner Funktion im Erkenntnisprozess kodiert. Besonders interessant sind aufeinanderfolgende Episoden, in denen der Zeichengebrauch wechselt. Hierdurch können die Vor- und Nachteile bestimmter semiotischer Kompositionen bezüglich der Erfüllung einer Funktion identifiziert werden. So kann eine Kategorisierung typischer Arten des Zeichengebrauchs und seines Wechsels in epistemischen Prozessen erfolgen. Im weiteren Verlauf werden Analysen durch die Methode des permanenten Vergleichs (Krummheuer, 2000) folgen, zunächst durch Variation der Schülerpaare, später außerdem unter Betrachtung der Bearbeitung der beiden anderen Aufgaben, die dann zur Typenbildung führen.

3. Erste Ergebnisse und Ausblick

Aus den bisherigen Analysen geht hervor, dass das Zusammenspiel von Zeichen mit bestimmten Merkmalen verstärkt beobachtbar ist, wenn gewisse Funktionen erfüllt werden sollen, um epistemisch zu handeln. So unterstützt das Zusammenspiel flüchtiger, selbstkreierter und fixierter, vorgegebener Zeichen die sprachliche Argumentation. Dies geschieht durch ein Übereinanderlegen zweier Zeichen, beispielsweise einer ikonischen Geste über eine DGS-Situation, wodurch die tatsächliche mit einer hypothetischen Situation verglichen wird und Unterschiede zwischen ihnen verdeutlicht werden. Die *sprachliche Argumentation* wird so *durch Visualisierung präzisiert*. In anderen Episoden helfen temporär fixierte Zeichen, wie eine auf dem Ausdruck festgehaltene Geste, bestimmte Aspekte einer fixierten Repräsentation zu *fokussieren* (siehe rechts). Durch die gestische Indizierung muss sprachlich nicht mehr ausformuliert werden, was genau betrachtet wird. Das „Festhalten“ des betrachteten Objektes ermöglicht ein Abwenden des Blickes von diesem, ohne es aus dem Fokus zu nehmen.



Im Wechsel des Zeichengebrauchs fiel in bisherigen Analysen vor allem der Wechsel von flüchtigen, selbstkreierten zu fixierten, selbstkreierten Zeichen auf. In der semiotischen Komposition wurden beide gemeinsam mit Sprache als weiterem flüchtig gebrauchten Zeichen verwendet. Gesten und Sprache als zwei flüchtige Zeichen wurden gemeinsam gebraucht, um erste Ansätze einer Idee spontan zu kommunizieren und somit in der sozialen Interaktion auszuprobieren. Eine Problematik zeigt sich, wenn zu viele Komponenten und Relationen zwischen diesen durch flüchtige Zeichen

ausgedrückt werden sollen. Hier stößt dieser Zeichengebrauch an Grenzen, was sich in einer Brüchigkeit von Sprache und Gesten zeigt. Der Wechsel von Gesten zur Erstellung von Inskriptionen fungiert als *Auslagerungsprozess vom Gestenraum auf das Papier*. Die sukzessive Auslagerung der Komponenten nutzt Inskription als Gedächtnis, reduziert die Komplexität und führt kognitiv zu einer Entlastung. Außerdem erfordert das Erstellen eines Diagrammes ein höheres Maß an Präzisierung und sorgt deshalb für ein Ausschärfen der Idee. Die situative Funktion ist vor und nach dem Wechsel die gleiche: das Vorstellen eines Ansatzes zum Ausprobieren im gemeinsamen Ideenpool. Unterstützung im Erkenntnisprozess bringt hier der Wechsel im Zeichengebrauch durch seine auslagernde Funktion. In weiterführenden Analysen soll daher näher betrachtet werden, wie sich Wechsel im Zeichengebrauch auf den Erkenntnisprozess auswirken, wenn in der semiotischen Komposition andere Merkmale einzelner Zeichennutzungen ausgetauscht werden. Mit welcher Funktion wird beispielsweise zu einem fixierten, vorgegeben Zeichen gewechselt?

Auf eine Idealtypenbildung gewinnbringender Arten des Zeichengebrauchs folgt eine Rekontextualisierung. Durch Vergleich der Idealtypen mit den empirischen Fällen sollen im weiteren Verlauf der Studie Erklärungsansätze für gelingenden Zeichengebrauch und Hypothesen über Probleme mit diesem aufgestellt werden.

Literatur

- Arzarello, F. (2006). Semiosis as a multimodal process. *Relime, Numero Especial*, 267–299.
- Bikner-Ahsbals, A. (2005). Mathematikinteresse zwischen Subjekt und Situation. Theorie intersubjektiver Situationen – Baustein für eine mathematikdidaktische Interestheorie. *Texte zur mathematischen Forschung und Lehre* 43. Hildesheim, Berlin: Verlag Franzbecker.
- Krause, C. (2011). Formen und Funktionen des Zeichengebrauchs im mathematischen Erkenntnisprozess. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht. Vorträge auf der 44. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 21.2. bis 25.2.2011 in Freiburg*, 483-486.
- Krummheuer, G., & Brandt, B. (2000): Das Prinzip der Komparation im Rahmen der Interpretativen Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik. *Journal für Mathematikdidaktik*, 21(3/4), 193-226
- Wetzels, S. A. J., Kester, L., & van Merriënboer, J. J. G. (2010). Use of external representations in science: Prompting and reinforcing prior knowledge activation. In L. Verschaffel, E. de Corte, T. de Jong, & J. Elen (Hrsg.). *Use of representations in reasoning and problem solving: Analysis and improvement*. Abingdon (pp. 225-241). London (UK): Routledge.