Stefanie KUHLEMANN, Oldenburg

Auswirkungen mathematischer Kompetenzen von Lehramtsstudierenden auf deren Diagnose von Schülerdenkprozessen

Die Ergebnisse der COACTIV-Studie zeigen, dass es eine hohe Korrelation zwischen dem bei COACTIV erhobenen Fachwissen und dem erhobenen fachdidaktischen Wissen der Gymnasiallehrkräfte gibt und dass sich in den Analysen keinerlei positiver Zusammenhang zwischen Unterrichtserfahrung und Fachwissen bzw. fachdidaktischem Wissen ergab. Die Vermutung liegt nahe, dass dieses Fachwissen und fachdidaktische Wissen von Mathematiklehrkräften überwiegend in der Ausbildung erworben wurde (Krauss et al. 2008).

Die Standards der Lehrerbildung (KMK 2004) stellen das Diagnostizieren und Fördern als eigene Kompetenz heraus. Für zukünftige Lehrkräfte ist es bedeutend diagnostische Fähigkeiten zu erwerben, um „Schülerleistungen zu verstehen und einzuschätzen mit dem Ziel, angemessene pädagogische und didaktische Entscheidungen zu treffen.“ (Hußmann et al. 2007, S.1). Inwiefern bereitet das Mathematikstudium von Gymnasiallehrkräften auf mathematische Anforderungen in der Diagnose von Lösungsprozessen von Schülern vor?

1. Forschungsfrage

In einer qualitativen Studie mit Studierenden soll gegen Ende der ersten Phase der Lehramtsausbildung folgende Forschungsfrage untersucht werden: In welcher Beziehung stehen eigene Lösungsprozesse von Studierenden mit ihren Fähigkeiten Schülerdenkprozesse zu diagnostizieren? Die eigenen Lösungsprozesse der Studierenden werden hinsichtlich des Grundwissens und der mathematischen Tätigkeiten in Anlehnung an Lechner (2002) analysiert. Das Grundwissen beinhaltet das Wissen über mathematische Schulinhalte, welches zur Lösung der Untersuchungsaufgaben benötigt wird. Zu den mathematischen Tätigkeiten zählen heuristisch-experimentelles, darstellend-interpretatives, formal-operatives und kritisch-argumentatives Arbeiten (Lechner 2002). In der Untersuchung liegt der Fokus der Diagnose von Schülerdenkprozessen auf der Analyse von Lösungsprozessen in Schülereigenproduktionen[1].

[1] Bei den Schülereigenproduktionen handelt es sich um reale und fiktive Lösungen.

2. Untersuchungsdesign und Erhebung

Mit 19 Lehramtsstudierenden wurden leitfadengestützte Einzelinterviews durchgeführt. Bei den Studierenden handelt es sich um Gymnasiallehramtsstudierende im Fach Mathematik, die sich im Masterstudium befinden. Der Ablauf der Interviews gestaltete sich wie folgt: Zunächst sollten die Studierenden eine mathematische Aufgabe lösen, daran anschließend einen von ihnen vermuteten Gedankengang in einer Schülereigenproduktion zu der entsprechenden Aufgabe erläutern sowie den Schülern individuelle Rückmeldungen bzw. Hilfestellungen geben. Dieser Ablauf wurde insgesamt zu drei verschiedenen offenen Aufgaben, die mehrere Lösungsmöglichkeiten bieten, konzipiert. Es wird ein Aufgabenbeispiel aus der Untersuchung vorgestellt.

Aufgabe: Bestimme die Lösungsmenge von $\left| \begin{array}{rcr} x+y & = & 9 \\ x-2y & \leq & 0 \\ 10x+y & > & 9 \end{array} \right|$ *mit* $x, y \in \mathbb{N}_0$.

Beschreibe dein Vorgehen und dokumentiere deine Lösung so genau wie möglich. Welche alternativen Lösungswege kennst du? Führe sie durch.

Für die Aufgabenbearbeitung werden Kenntnisse über die Bedeutung eines solchen Systems und der Lösungsmenge sowie über den Variablenbegriff benötigt. Je nach gewählter Lösungsstrategie ist weiteres Grundwissen, beispielsweise das Einsetzungsverfahren oder Kenntnisse über geometrische Veranschaulichungen, erforderlich. Ich möchte anhand der Schülereigenproduktion (s. Abb. 1) eine mögliche Lösung zu dieser Aufgabe darstellen.

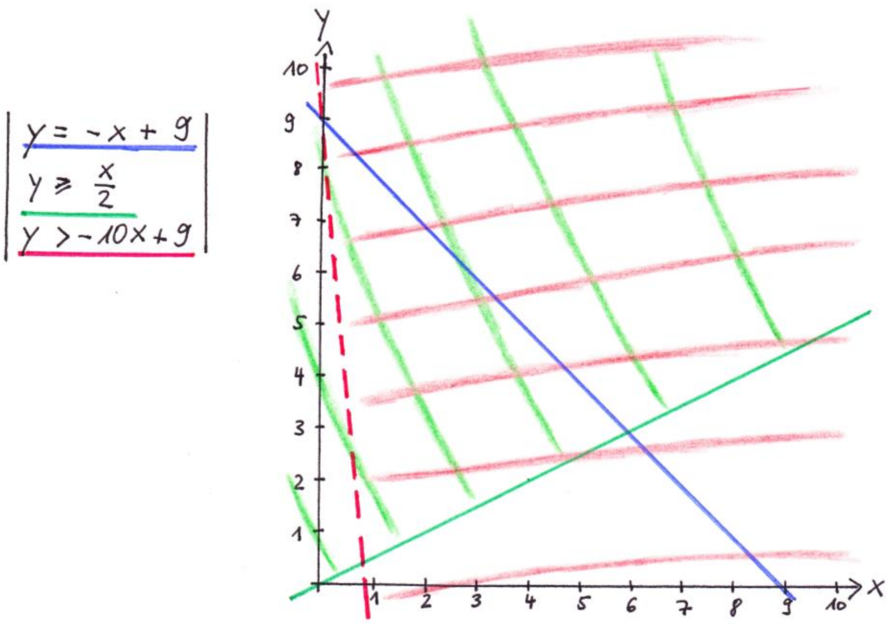

Abbildung 1: Schülereigenproduktion zur Untersuchungsaufgabe

Der Schülereigenproduktion kann entnommen werden, dass der Schüler die Ungleichungen und die Gleichung nach y richtig umgeformt hat. Im Koordinatensystem wurde graphisch dargestellt, welche Geraden und Flächen durch die einzelnen Ungleichungen sowie Gleichung beschrieben werden. Es ist wichtig zu bedenken, dass x und y aus dem Zahlenbereich der natürlichen Zahlen stammen sollen. Die Gerade $y = -10x + 9$ könnte aus dem Grund gestrichelt eingezeichnet sein, dass die Gerade nicht in dem Bereich der Menge liegt, welche zu $y > -10x + 9$ gehört. Die Lösungsmenge lässt sich anschaulich über den Schnitt der drei eingezeichneten Mengen bestimmen. Die folgenden sechs Wertepaare bilden die Lösungsmenge:

IL = {(1/8),(2/7),(3/6),(4/5),(5/4),(6/3)}.

3. Interpretation eines Fallbeispiels

Die schriftlichen Aufgabenbearbeitungen der Studierenden wurden hinsichtlich der mathematischen Tätigkeiten und dem aufgabenspezifischen Grundwissen sowie die schriftliche bzw. mündliche Diagnose der Schülerdenkprozesse hinsichtlich bestimmter Leitfragen analysiert. Zu den Leitfragen zählen: Welchen Gedankengang vermuten die Studierenden bei dem Schüler? Welches Verständnis haben die Studierenden von der Mathematik, die in der Schülerlösung steckt? Wie erschließen sich die Studierenden den Gedankengang? Die Leitfragen dienen dazu, der Hauptfrage nachzugehen.

Im Folgenden werden erste Ergebnisse an einem Fallbeispiel anhand dieser Leitfragen näher erläutert, indem die Ergebnisse eines Studierenden bezüglich seiner eigenen Lösung und seiner Diagnose des Schülerlösungsprozesses vorgestellt werden. Der Student hat in seiner eigenen Lösung mit dem Einsetzungsverfahren einen zielführenden Lösungsansatz gewählt. Seine Lösung deutet auf einen sicheren Umgang mit algebraischen Umformungen und im Lösen von Ungleichungen hin. In seinem Lösungsprozess zeigt er Stärken in formal-operativen Tätigkeiten. Er ermittelt zwei richtige Einschränkungen für y und für x (nämlich $0<x\leq 6$, $3\leq y<9$), allerdings benennt er die gefundenen Einschränkungen für die Variablen x und y getrennt voneinander, nicht in Kombination als Wertepaare oder mit Angabe der Bedingung $x + y = 9$. Eine Lösungsmenge kann der Student nach eigenen Angaben nicht aufschreiben.

In der Schülereigenproduktion werden die drei algebraischen Bedingungen in eine graphische Darstellung übersetzt. Zunächst gibt der Student an, die Schülereigenproduktion habe nichts mit der Lösungsmenge zu tun. In der graphischen Darstellung kann er die Lösungsidee nicht deuten. Er sucht das Problem bei sich und versucht sich den Gedankengang unter Zuhilfenahme seiner eigenen Lösung zu erschließen, jedoch scheitert er an diesem Versuch. Die Geraden und gekennzeichneten Flächen in der graphischen Darstellung der Schülereigenproduktion deutet er richtig. Seine gefundenen Bedingungen ($0<x\leq 6$, $3\leq y<9$) zeigt er in der Schülereigenproduktion auf den entsprechenden Achsen, aber er geht nicht auf eine Kombination der x- und y-Werte bezüglich der Lösungsmenge ein.

Insgesamt gelingt es ihm nicht nachzuvollziehen, wie die graphische Darstellung der Schülerin mit der Bestimmung der Lösungsmenge eines algebraischen Systems zusammenhängt und es gelingt ihm nicht die Schülereigenproduktion zu Ende zu führen. Während in seiner eigenen Lösung formal-operative Tätigkeiten dominieren und er keine weitere Lösungsmöglichkeit angeben kann, deutet er Teillösungsprozesse in der Schülereigenproduktion richtig. Den Gedankengang im Lösungsprozess des Schülers kann er sich auch unter Zuhilfenahme seiner eigenen Lösung nicht vollständig erschließen. In der Diagnose des Schülerlösungsprozesses zeigt er einen Schwachpunkt im Vernetzen, indem er die beiden Bereiche algebraisches Lösungsverfahren und graphische Bestimmung der Lösungsmenge eines algebraischen Systems nicht verknüpft.

4. Ausblick

Es lässt sich sagen, dass bei den Studierenden die Beziehungen zwischen eigenen Lösungsprozessen und ihren Fähigkeiten für die Diagnose von Schülerdenkprozessen unterschiedlich sind.

In weiteren Schritten der Auswertung der Daten aller Studierenden soll mit Hilfe einer strukturierenden Inhaltsanalyse eine Bildung von Gruppen anhand der Aufgabenbearbeitungen und der Diagnose der Schülerdenkprozesse vorgenommen werden.

Literatur

Hußmann, S., Leuders, T. & Prediger, S. (2007): Schülerleistungen verstehen – Diagnose im Alltag. In: PM Heft 15, 49. Jahrgang, S.1-8.

KMK (2004): Standards für die Lehrerbildung: Bildungswissenschaften. Beschluss der KMK vom 16.12.2004. URL: http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2004/2004_12_16-Standards-Lehrerbildung.pdf, letzter Zugriff: 24.01.2012.

Krauss, S., Neubrand, M., Blum, W., Baumert, J., Brunner, M. & Kunter, M. (2008): Die Untersuchung des professionellen Wissens deutscher Mathematik-Lehrerinnen und –Lehrer im Rahmen der COACTIV-Studie. In: Journal für Mathematikdidaktik, 29 (3/4), S.223-258.

Lechner, J. (2002): Neue Perspektiven im Mathematikunterricht durch den Einsatz von Computeralgebrasystemen. Dissertation, Universität Wien.