

## 1 Vorwort

Die Erprobung der Lernumgebung zum Thema Achsensymmetrie am Geobrett ist im Rahmen meiner Masterarbeit entwickelt und erprobt worden. Es haben 14 Kinder im Alter von fünf bis sechs Jahren einer Dortmunder Kindertagesstätte an der Erprobung teilgenommen. Die Kinder arbeiteten in Zweiergruppen an den Aufgaben. Der Erprobungszeitraum erstreckte sich über vier Wochen, in denen jeweils zwei Einheiten pro Woche durchgeführt wurden.

## 2 Theoretischer Hintergrund

„Seit den 70er Jahren gibt es kaum noch Meinungsunterschiede über die Notwendigkeit lebenslangen Lernens“ (Müller-Rosigkeit 2003, S. 3). Die Initiative „Forum-Bildung“ wurde 1999 von Bund und Ländern eingerichtet und „bestimmt in seinen Expertenberichten den Kindergarten [...] ausdrücklich als eigenständigen Bildungsbereich und sieht die frühe Förderung als vordringlich an“ (ebd., Auslassung durch J. B.).

Durch Früherkennung und Frühförderung sollen nach Clausen-Suhr et al. (2008) insbesondere auch spätere mathematische Lernschwierigkeiten verhindert werden bzw. kann „ein Risiko durch eine frühe Diagnostik und gezielte präventive Bildungsangebote [...] abgeschwächt werden [...]“ (S. 341, Einschub und Auslassung durch J. B.).

Die Kinder sollen sich spielerisch und entdeckend mit der Mathematik und ihrer Umwelt auseinandersetzen, wodurch sie in der Entwicklung relevanter Kenntnisse und Fertigkeiten unterstützt werden, die ihnen das nötige Rüstzeug für schulisches Lernen liefern.

Das Wesentliche der Mathematik muss für die Kinder jedoch sichtbar und zugänglich werden, damit auch mathematische Strukturen erkannt und in eine generalisierbare Ordnung gebracht werden können (vgl. ebd. S. 342).

## Symmetrie

Für räumliches Auffassungs- und Gliederungsvermögen ist Symmetrie bedeutsam, weil besonders kindliche Erfahrungen intuitiv, ungeordnet und auf räumliches Wahrnehmen gerichtet sind. Das Gehirn analysiert und speichert symmetrische Figuren schneller als asymmetrische Figuren. Durch ihre Struktur können symmetrische Formen detailgetreuer wiedergegeben werden, weil sie schneller erkennbar und damit besser speicherbar sind. „Das Erkennen symmetrischer Eigenschaften ist ein Grundstein des räumlichen Vorstellungsvermögens“ (Franke 2000, S. 200).

## 3 Was ist eine Lernumgebung?

Eine Lernumgebung besteht aus „reichhaltigen Aufgaben, welche vielfältige Möglichkeiten der Auseinandersetzung anbieten“ (Hengartner et al. 2006, S. 23) und einfachere sowie anspruchsvollere Aufgaben bereitstellt. Sie zeichnet sich dadurch aus, dass sie für alle Lernenden zugänglich ist und einen einfachen Einstieg anbietet, aber gleichzeitig sieht sie auch ein Arbeiten auf höheren Niveaus vor (vgl. ebd.).

## Der Miraspiegel

Der Miraspiegel ist ein halbdurchsichtiger Spiegel, der „nicht nur die vor dem Miraspiegel liegenden Dinge [...] [spiegelt], sondern es ist auch zu erkennen, was sich hinter dem Spiegel befindet“ (Spiegel & Götze 2008, S. 12, Einschub und Auslassung durch J. B.).



Abb. 1: Weißer Spiegel

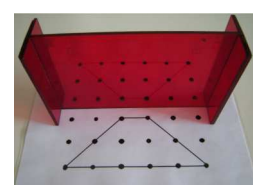


Abb. 2: Roter Spiegel

In der Lernumgebung wurden zwei verschiedene Miraspiegel benutzt (s. Abb. 1 und 2), generell ist aber unerheblich, welcher Miraspiegel benutzt wird.

## Das Geobrett

Geobretter sind Arbeitsmittel, um bestimmte Bereiche der Geometrie für Kinder handelnd erfahrbar zu machen. Die verwendeten Geobretter bestehen aus 36 Schrauben, die im 6 x 6 Quadrat (Grundfläche 18 x 18 cm) auf einer Plexiglasplatte angeordnet sind.



Abb. 3: Geobrett (Abstand der Nägel ca. 2,5cm)

Das Arbeiten mit dem Geobrett fördert die visuelle Wahrnehmung der Kinder, das Spannen der Gummiringe begünstigt die Koordination von Auge und Hand, Flüchtigkeitsfehler lassen sich jederzeit korrigieren, Lagebezeichnungen wie rechts, links, oben, unten usw. können geübt werden und die genaue Beobachtung sowie das Nachbilden von Formen oder Symmetriebildern wird gefördert (vgl. Bugram und Lukarsch 2000, S. 23).

Einsatzmöglichkeiten des Geobrettes stellen Lorenz und Rosin (1994, S. 13f.) in ihrem Artikel „Das Geobrett im Unterricht (I)“ vor:

- Spannen nach freier Wahl
- Vor- und Nachspannen von Figuren
- Spannen bestimmter Figuren und Darstellen von Relationen
- Spannen von Bildern
- Spannen und Spiegeln

Bugram & Lukarsch (2000, S. 24) sowie Senftleben (1996, S. 34) empfehlen die Arbeit zur Achsensymmetrie am Geobrett ab der 3. bzw. 4. Klasse, weil sie der Meinung sind, dass als Lernvoraussetzung die Auseinandersetzung mit der Achsensymmetrie in Form einer Umwelterkundung nötig ist. Um der Forderung nachzukommen, Kinder so früh wie möglich zu fördern, wurde diese Lernumgebung entwickelt und erprobt, damit sich Vorschulkinder bereits mit mathematischen Inhalten, insbe-

sondere der Symmetrie, auseinandersetzen können und ihr geometrisches bzw. symmetrisches Verständnis gefördert wird.

## 4 Die Lernumgebung zur Achsensymmetrie am Geobrett

### Einheit 1: Klecksbilder

#### Material:

- Wasserfarbe & Pinsel
- Din A4 Papier mittig gefaltet

Zur Einführung der Lernumgebung werden Klecksbilder angefertigt. Die Kinder bemalen eine Seite des Papiers mit Mustern, Kreisen, Punkten etc. und klappen die Seiten anschließend zusammen. Nach dem Aufklappen entsteht ein neues „großes“ Bild.

Die Bildhälften werden dann betrachtet und beschrieben, sowie auf ihre Gleichheit untersucht. Die Kinder sollen feststellen und erkennen, dass das Gemalte auf die leere Seite durch das Klappen übertragen wurde und so ein Abbild entstanden ist.

### Einheit 2: Symmetrien erstellen

#### Material:

- Kartensatz 1
- Miraspiegel

Zur Einführung des Miraspiegels empfiehlt sich die Beschäftigung mit symmetrischen sowie asymmetrischen Bildern. Die Kinder sollen den Miraspiegel zunächst testen und probieren, was man mit ihm machen kann (sich in ihm spiegeln, durchschauen etc.). Um den Unterschied zu einem herkömmlichen Spiegel zu verdeutlichen, hilft der Begriff „Zauberspiegel“, den die Kinder im Verlauf auch weiter benutzen werden. Anhand der Karten wird die Spiegelachse erklärt (Standort des Spiegels). Anschließend werden die Karten auf Symmetrie bzw. Asymmetrie untersucht, wobei die Kinder versuchen sollen zu erklären, was sie entdecken. Wichtig ist herauszustellen, dass gleiche sowie ungleiche Seiten der Karten mit dem Miraspiegel entdeckt werden können.

### **Einheit 3: Ja/Nein Spiel**

#### Material:

- Kartensatz 2
- Ja- und Nein-Feld (jeweils auf buntem Papier ausgedruckt; Bsp.: rot und grün)
- Miraspiegel

Die Felder werden erklärt und die Karten vor den Kindern ausgelegt. Jedes Kind sucht sich eine Karte aus und soll sie einem der beiden Felder zuordnen. Die Kinder sollen selbst herausfinden, wie die Karten sortiert werden. Wenn keine schlüssigen Begründungen für die Sortierung erfolgen, kann der Miraspiegel als Prüfmittel angeboten werden. Die Kinder müssen sich an die vorherige Einheit erinnern, damit sie erkennen, dass gleiche Seiten zum Ja-, ungleiche Seiten auf das Nein-Feld gehören.

### **Einheit 4: Freies Spannen am Geobrett + 2 Spielvariationen**

#### Material:

- Geobrett & Gummiringe
- Kartensatz 3
- Miraspiegel

Den Kindern wird das Geobrett vorgestellt und sie dürfen zunächst freie Muster an ihm spannen, um sich mit dem Material vertraut zu machen. Anschließend werden den Kindern Figuren von den Karten vorgespannt und sie sollen die passende Karte finden und begründen, woran sie die Übereinstimmung erkannt haben (Spiel 1). Beim zweiten Spiel wird den Kindern eine Karte gezeigt und sie sollen die Figur auf ihrem Geobrett nachspannen. Vereinfachen lässt sich diese Aufgabe, indem die Kinder das Geobrett auf die entsprechende Karte legen, um dann die Figur nachzuspannen. Dadurch üben sie gleichzeitig handelnd den Umgang mit dem Geobrett. Auch hier können die Kinder beschreiben und begründen, wie sie zu ihrem Ergebnis gekommen sind.

### **Einheit 5: Asymmetrische Schmetterlinge**

#### Material:

- Kartensatz 4a & 4b
- Geobrett & Gummiringe

- Schmetterlingskörper
- Miraspiegel

Die Kinder spannen die Figuren von Kartensatz 4a nach und sollen die Asymmetrie erkennen und berichtigen. Als Hilfestellung kann der Schmetterlingskörper auf das Geobrett gelegt werden, damit die Kinder den Schmetterling besser erkennen können. Kindern, die mit dieser Aufgabe gut zurecht kommen, kann Kartensatz 4b angeboten werden, sodass sie selbstständig den zweiten Flügel des Schmetterlings spannen können.

Diese Einheit kann in zwei Einheiten separiert werden, je nach Können der Kinder.

### **Einheit 6: Eigene Schmetterlinge**

#### Material:

- Schmetterlingsbild
- Geobrett & Gummiringe
- Schmetterlingskörper
- Miraspiegel

Die Kinder haben das Geobrett kennengelernt und können bereits gut mit ihm umgehen. Diesmal sollen sie eigene Schmetterlinge spannen. Zuvor wird jedoch an einem Schmetterlingsbild nochmals die Gleichheit der Flügel (Form und Farbe) besprochen, damit die Kinder beim Spannen darauf achten. Die Sicherung der Schmetterlinge auf Papier sollte vom Interviewer vorgenommen werden, damit die Kinder sich auf das Spannen konzentrieren können. Der Schmetterlingskörper kann hier wieder als Gedankenstütze eingesetzt werden, der Miraspiegel dient zur Überprüfung der Symmetrie.

### **Einheit 7: Fehler beschreiben und begründen**

#### Material:

- Kartensatz 4b, 5 & 6
- Geobrett & Gummiringe
- Miraspiegel
- Stifte

Diese Einheit ist sehr komplex und kann bei Bedarf auch geteilt werden. Die Kinder sollen zunächst an vier Beispielen den Unterschied

zwischen Spiegelung und Verschiebung deutlich machen (Kartensatz 5), um zu zeigen, dass sie verstanden haben, dass ein Schmetterling gespiegelte Flügel hat. In der nächsten Aufgabe sollen die Kinder aus Kartensatz 4b erneut halbe Schmetterlinge vervollständigen, um das Besprochene zu zeigen. Hierbei zeigen sie, ob sie von der Ebene des Begründens auf die enaktive (handelnde) Ebene umdenken können. Die nächste Aufgabe ist der Schritt zur ikonischen Ebene, in der die Kinder auf Papier halbe Schmetterlinge vervollständigen sollen. Das Zeichnen mit dem Spiegel muss unter Umständen erst geübt werden. Nicht alle Kinder verstehen es sofort, mit dem Miraspiegel zu arbeiten. Grundsätzlich gibt es zwei Möglichkeiten, Spiegelungen zu übertragen.

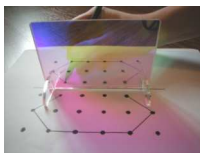


Abb. 4 : Möglichkeit 1

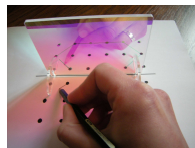


Abb. 5: Möglichkeit 2

Die Kontur der Figur kann durch den Spiegel auf die leere Seite (Abb. 4) oder durch nachziehen der Kontur im Spiegel (Abb. 5) übertragen werden.

Diese Aufgabe ist interessant, wenn die Kinder erst einmal ohne den Spiegel arbeiten. Besonders die Dreiecke in Bild 3 und 4 (untere Reihe), geben oft Anlass, diese zu verschieben anstatt zu spiegeln.

## Einheit 8: Memory

### Material:

- Kartensatz 7
- Miraspiegel

Gespielt wird ein klassisches Memoryspiel. Die Kinder sollen begründen, woran sie ihre Pärchen erkennen. Dadurch zeigen sie, was sie aus den vorhergehenden Einheiten gelernt haben und wie weit sie die Gleichheit der Karten (auch fachsprachlich) verbalisieren können. Das Spiel ist als Abschluss der Lernumgebung

gedacht und muss nicht zwingend durchgeführt werden.

## 5 Zusammenfassung

Kindern macht das Arbeiten am Geobrett und mit dem Miraspiegel großen Spaß. Für sie ist es keine Auseinandersetzung mit Mathematik, sondern ein Spiel, bei dem sie neue Materialien kennen lernen. Die natürliche Neugier der Kinder eignet sich also gut, um ihr mathematisches Verständnis im Bereich der Symmetrie mit Geobrett und Miraspiegel zu fördern.

Die Kinder lernen die Sprache der Mathematik nicht einfach nebenbei, so wie sie ihre Muttersprache lernen. Sie benötigen einen organisierten Zugang zur Mathematik, der durch den bewussten Umgang mit einzelnen Situationen angestrebt werden kann (vgl. Hasemann 2007, S. 22).

Abschließend soll erwähnt werden, dass die Lernumgebung nach persönlichen Vorstellungen entwickelt und erprobt wurde. Eingrenzungen und Erweiterungen der Lernumgebung können selbstverständlich vorgenommen werden, um sie den Fähigkeiten der Kinder entsprechend anzupassen.

## 6 Literatur

- Bugram, U. & Lukarsch, S.** (2000): Handelnd lernen mit dem Geobrett. Förderung von Raumvorstellung und Raumwahrnehmung. In: *Grundschulmagazin*. 68. Jg., H. 3, S. 23-26.
- Clausen-Suhr, K. & Schulz, L. & Bricks, P.** (2008): Mathematische Bildung im Kindergarten. Ergebnisse einer quasi-experimentellen Evaluation des Förderprogramms „Zahlenzauber“. In: *Zeitschrift für Heilpädagogik*, H. 9, S. 341-349
- Franke, M.** (2000): *Didaktik der Geometrie*. Heidelberg/Berlin: Spektrum
- Hasemann, K.** (2007): *Anfangsunterricht Mathematik* (3. Auflage). München: Elsevier
- Hengartner, E. & Hirt, U. & Wälti, B.** (2006): Mehr Unterrichtserfolg mit Lernumgebungen. In: *Grundschulmagazin*. 74. Jg., H. 4, S. 23-26.
- Spiegel, H. & Götze, D.** (2008): Mirakel - Spiegeln im Kopf und mit Köpfchen. In: *Grundschule Mathematik*. H. 18, S. 12-17.
- Müller-Rosigkeit, E.** (2003): PISA und vorschulische Bildung. In: *Lehren und lernen*. 29. Jg., H. 2, S. 3-5.