



Dr. Daniela Götze

## Geometrische Sachverhalte spielerisch entdecken

tu technische universität  
dortmund

IEEM  
INSTITUT FÜR  
INTEGRIERTE  
ERWISSENDE MATHEMATIK

## Wozu Geometrie?

Geometrisches und arithmetisches Denken stehen in einem engen wechselseitigen Zusammenhang. Daraus erklären sich u.a. manche spezifische Schwierigkeiten beim Mathematiklernen (...)

Die geometrischen Grundlagen (...) werden oft als selbstverständlich vorausgesetzt, wenn man meint, das Kind könne die gemeinte Beziehung doch wohl „sehen“.

➔ Geometrie als Voraussetzung zum Verständnis arithmetischer Kontexte und Veranschaulichungen

(Krauthausen, Scherer (2006): Einführung in die Mathematikdidaktik, S. 60)

Symposium math e2000

2

tu technische universität  
dortmund

IEEM  
INSTITUT FÜR  
INTEGRIERTE  
ERWISSENDE MATHEMATIK

## Warum ist eine mathematisch (vorschulische) Förderung sinnvoll?

Innerhalb der letzten 20 Jahre hat es zahlreiche empirische Untersuchungen gegeben, welche die Ermittlung mathematischer Vorkenntnisse von Vorschulkindern bzw. Schulanfängern zum Ziel hatte. Diese stellten

- die hohen Grundkompetenzen
- unterschiedliche Lernvoraussetzungen der Kinder
- die Unterschätzung der Kinder durch das Fachpersonal heraus.

(vgl. Bönig, D.; Schaffrath, S. (2004): Förderdiagnostische Aufgaben für den geometrischen Anfangsunterricht. In: Scherer, P.; Bönig, D.: Mathematik für Kinder – Mathematik von Kindern, S. 63.)

Symposium math e2000

3

tu technische universität  
dortmund

IEEM  
INSTITUT FÜR  
INTEGRIERTE  
ERWISSENDE MATHEMATIK

## Auch im Bereich Geometrie?

Kinder machen von ihren ersten Lebensjahren an geometrische Erfahrungen machen: Sie erkunden den sie umgebenden Raum; klettern auf Stühle und Tische um zu sehen, wie die Welt aus einer anderen Perspektive aussieht und lernen mit Begriffen wie

- lang, kurz,
- oben, unten,
- dick, dünn,
- links, rechts                   umzugehen.

(vgl. Hasemann, K. (2007): Anfangsunterricht Mathematik, S. 154.)

Symposium math e2000

4

## Auch im Bereich Geometrie?

Allerdings gilt die Einschränkung, dass im Bereich Geometrie eine starke Streuung vorliegt, die besonders bei Kindern aus ungünstigen sozialen Verhältnissen eine verzögerte Entwicklung des geometrischen Denkens belegt.

vgl. Grassmann 1996

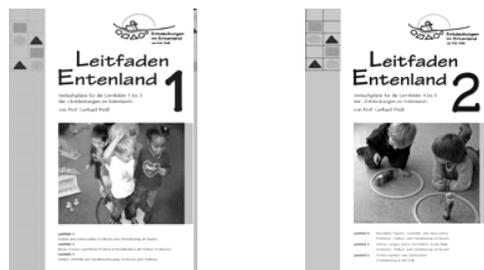
Höglinger/ Senftleben 1997

Waldow/ Wittmann 2001

## Wie gehen manche Lernkonzepte für den Kindergarten mit diesem Problem um?

- Lernen in kleinen Schritten
- große Betonung der spielerischen Zugangsweise
- möglichst künstliche Verpackung
- vorgefertigte Lerneinheiten für Erzieherinnen

## Beispiel „Entenland“



## Beispiel „Entenland“

Lernfeld 1 im Überblick		Lernfeld 2 im Überblick	
Lerninhalt	Begrüßung und Wiederholung	Lerninhalt	Begrüßung und Wiederholung
1.1 Flächen 1	<ul style="list-style-type: none"> <li>Begrüßung der Kinder</li> <li>Was die Kinder bei der Arbeit gemacht haben</li> </ul>	2.1 Ebene Formant	<ul style="list-style-type: none"> <li>Begrüßung der Kinder</li> <li>Was die Kinder bei der Arbeit gemacht haben</li> </ul>
1.2 Flächen 2	<ul style="list-style-type: none"> <li>Wiederholung des Ersten</li> <li>Was die Kinder bei der Arbeit gemacht haben</li> <li>Wiederholung</li> <li>Was die Kinder bei der Arbeit gemacht haben</li> </ul>	2.2 Ebene Formant 2	<ul style="list-style-type: none"> <li>Begrüßung der Kinder</li> <li>Was die Kinder bei der Arbeit gemacht haben</li> <li>Wiederholung</li> <li>Was die Kinder bei der Arbeit gemacht haben</li> </ul>
1.3 Flächen 3	<ul style="list-style-type: none"> <li>Begrüßung der Kinder</li> <li>Was die Kinder bei der Arbeit gemacht haben</li> <li>Wiederholung</li> <li>Was die Kinder bei der Arbeit gemacht haben</li> <li>Wiederholung</li> <li>Was die Kinder bei der Arbeit gemacht haben</li> </ul>	2.3 Ebene Formant 3	<ul style="list-style-type: none"> <li>Begrüßung der Kinder</li> <li>Was die Kinder bei der Arbeit gemacht haben</li> <li>Wiederholung</li> <li>Was die Kinder bei der Arbeit gemacht haben</li> </ul>
1.4 Innen- außen 1	<ul style="list-style-type: none"> <li>Begrüßung der Kinder</li> <li>Was die Kinder bei der Arbeit gemacht haben</li> <li>Wiederholung</li> <li>Was die Kinder bei der Arbeit gemacht haben</li> </ul>	2.4 Ebene Formant in Kombination mit Flächen 1	<ul style="list-style-type: none"> <li>Begrüßung der Kinder</li> <li>Was die Kinder bei der Arbeit gemacht haben</li> <li>Wiederholung</li> <li>Was die Kinder bei der Arbeit gemacht haben</li> </ul>
1.5 Innen- außen 2	<ul style="list-style-type: none"> <li>Begrüßung der Kinder</li> <li>Was die Kinder bei der Arbeit gemacht haben</li> <li>Wiederholung</li> <li>Was die Kinder bei der Arbeit gemacht haben</li> </ul>	2.5 Ebene Formant in Kombination mit Flächen 2	<ul style="list-style-type: none"> <li>Begrüßung der Kinder</li> <li>Was die Kinder bei der Arbeit gemacht haben</li> <li>Wiederholung</li> <li>Was die Kinder bei der Arbeit gemacht haben</li> </ul>

## Lernfeld 2

### Ebene Formen 1

- nach rund und eckig sortieren
- rund und eckig ertasten
- über rund und eckig nachdenken
- rund und eckig mit Körper zeigen



## Lernfeld 2

### Ebene Formen 2

- nach Kreis, Quadrat, Rechteck und Dreieck sortieren
- Spiel mit Bewegung: Ich habe ein Dreieck gewürfelt

### Ebene Formen 3

- Geometrische Formen durch Tasten unterscheiden
- Spiel mit Bewegung: Ich kann im Kreis laufen
- Entengeschichte

## Schnellschuss

*„Aufwendige und gar listenreiche Verpackungen sind **nicht** erforderlich, wenn eine echte Frage und Beobachtungshaltung aus dem zu thematisierenden Sachverhalt erwachsen und sich entfalten kann.“*

Krauthausen, G. (1998): Lernen – Lehren – Lehren lernen, S. 39

## Ein anderer Zugang

Grundschulrelevanten Themengebiete auf das Niveau der Lernanfänger „runterbrechen“



tu technische universität  
dortmund

IEM  
INSTITUT FÜR  
INTELLIGENTE  
ERWISSENISMASCHINEN

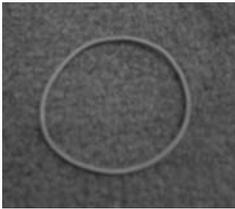
## Beispiel „Geobrett“

---



**ein Geobrett**

und



**ein Gummiband**

Symposium math e2000 13

tu technische universität  
dortmund

IEM  
INSTITUT FÜR  
INTELLIGENTE  
ERWISSENISMASCHINEN

## Welche Aktivitäten sind möglich?

---

- Spannen von verschiedenen Formen und Figuren (Dreiecke, Vierecke ...)
- Ähnlichkeiten und Unterschiede zwischen diesen Formen erkennen (z.B. beim Umspannwerk)
- Symmetrieeigenschaften von Figuren erkennen (z.B. Achsensymmetrie – Schmetterlinge am Geobrett)

Symposium math e2000 14

tu technische universität  
dortmund

IEM  
INSTITUT FÜR  
INTELLIGENTE  
ERWISSENISMASCHINEN

## Wie kann es weitergehen?

---

- Drehsymmetrie am Geobrett (vgl. Götze; Spiegel: "Windmühlen" - Erfahrungen zur Drehsymmetrie am Geobrett. in: Die neue Schulpraxis (2006) Heft 12 S. 12-23 oder in: Grundschule Mathematik (2004) Heft 3 S. 28-31)
- Flächeninhalt und Umfang am Geobrett

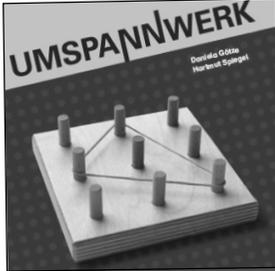
Symposium math e2000 15

tu technische universität  
dortmund

IEM  
INSTITUT FÜR  
INTELLIGENTE  
ERWISSENISMASCHINEN

## Umspannwerk

---



Das Spiel besteht aus:  
Geobrett, Gummibändern  
und 48 Spielkarten  
ausgewählter  
Dreiecke, Vierecke und  
Fünfecke!

ein Spiel auf dem 3x3 Geobrett  
von Hartmut Spiegel und Daniela Götze

Symposium math e2000 16

## Bei den Spielkarten gilt:

Zueinander spiegelbildliche werden unterschieden.



Zueinander gedrehte oder verschobene aber nicht.



## Die Spielidee

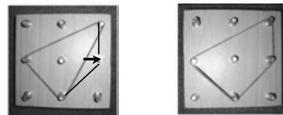
Man versucht, eine Spielkarte, die man auf der Hand hat, abzulegen.

Dazu muss man eine Figur, die schon auf dem Geobrett gespannt ist, so verändern, dass sie so aussieht, wie die Figur auf der Spielkarte.

Dabei dürfen höchstens zwei Umspannschritte gemacht werden.

## Erlaubte Umspannschritte sind:

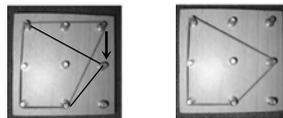
eine Ecke hinzunehmen



eine Ecke wegnehmen



eine Ecke versetzen



## Umspannwerk

### Verschiedene Spielvarianten

Variante 1:

Jeder Spieler bekommt eine bestimmte Anzahl Karten, z.B. fünf; eine Startkarte wird aufgedeckt; reihum wird eine Figur auf den Karten erzeugt und abgelegt (sofern möglich); wer zuerst alle Karten abgelegt hat, ist Gewinner.

## Zugang

1. Freies Spannen
2. Spannen vorgegebener Karten

## Spannen vorgegebener Karten

- Alle 24 Karten der Dreiecke und Vierecke liegen vor Ihnen auf dem Tisch
- Ein Mitspieler spannt eine der Figuren auf den Karten nach, während die anderen Mitspieler wegsehen.
- Auf Zuruf des ersten Mitspielers dürfen alle wieder hinsehen.
- Wer als erstes die passende Karte gefunden hat, darf diese behalten.
- Dann ist der nächste an der Reihe.

## Zugang

1. Freies Spannen
2. Spannen vorgegebener Karten
3. Umspannen von vorgegebenen Figuren – Ähnlichkeiten erkennen
4. Mini-Umspannwerk

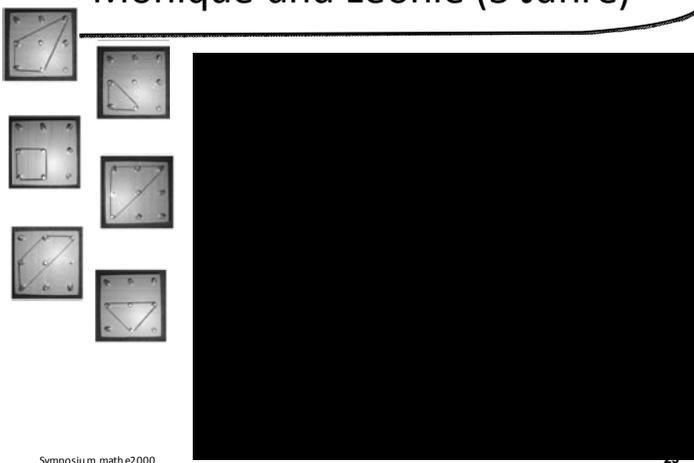
## Mini-Umspannwerk

- Verteilen Sie die 24 Spielkarten offen auf dem Tisch
- Eine Aufgangsfigur wird gespannt
- Der erste Mitspieler sucht sich eine Karte aus der Mitte aus, die er mit höchstens zwei Umspannungen erzeugen kann.
- Die gewählte Karte wird erzeugt und darf behalten werden, wurde eine ungeeignete Karte gewählt, muss der Spieler aussetzen
- Dann ist der nächste Spieler an der Reihe
- Wer am Ende die meisten Karten hat, hat gewonnen

tu technische universität  
dortmund

IEEM  
INSTITUT FÜR  
INTELLIGENTE  
ERWISSENDE MATHEMATIK

## Monique und Leonie (5 Jahre)



Symposium math e2000

tu technische universität  
dortmund

IEEM  
INSTITUT FÜR  
INTELLIGENTE  
ERWISSENDE MATHEMATIK

### Hinweis:

Anfänger dürfen bei Bedarf die Spielkarten bzw. das Geobrett drehen, Fortgeschrittene nicht .

Symposium math e2000

26

tu technische universität  
dortmund

IEEM  
INSTITUT FÜR  
INTELLIGENTE  
ERWISSENDE MATHEMATIK

## Achsensymmetrie

Schmetterlinge am Geobrett  
- Juliane Brauns und Henriette Lehmann -



Symposium math e2000

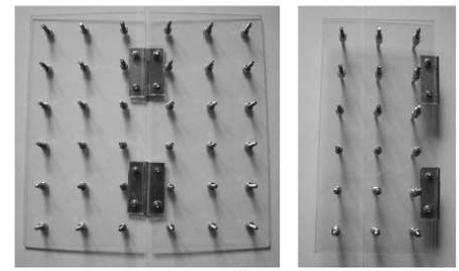
27

tu technische universität  
dortmund

IEEM  
INSTITUT FÜR  
INTELLIGENTE  
ERWISSENDE MATHEMATIK

## Achsensymmetrie

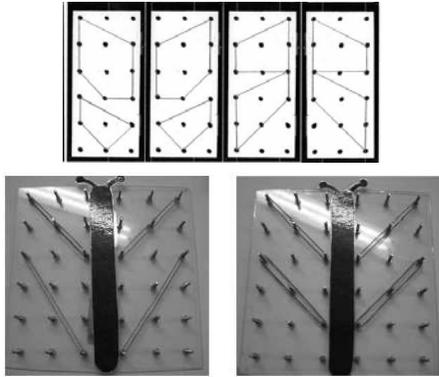
Schmetterlinge am Geobrett  
- Juliane Brauns und Henriette Lehmann -



Symposium math e2000

28

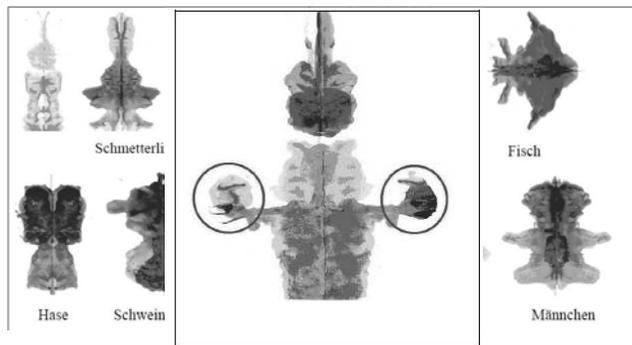
## Ziel - Schmetterlinge



## Zugang

1. Klecksbilder

## Klecksbilder



## Zugang

1. Klecksbilder
2. Freies Spannen

tu technische universität  
ortmund

IEEM  
INSTITUT FÜR  
INTEGRATION  
UND ENTWICKELUNG  
VON  
MATHEMATIK

## Freies Spannen

33

tu technische universität  
ortmund

IEEM  
INSTITUT FÜR  
INTEGRATION  
UND ENTWICKELUNG  
VON  
MATHEMATIK

## Zugang

1. Klecksbilder
2. Freies Spannen
3. Spannen vorgegebener Schmetterlinge
4. Achsensymmetrisches Vervollständigen
5. Fehler entdecken, beschreiben und korrigieren
6. Zeichnerisches Vervollständigen
7. Eigene Schmetterlinge erfinden

34

Symposium math e2000

tu technische universität  
ortmund

IEEM  
INSTITUT FÜR  
INTEGRATION  
UND ENTWICKELUNG  
VON  
MATHEMATIK

## Eigene Schmetterlinge erfinden

Abb. 26      Abb. 27

Abb. 28      Abb. 29

35

Symposium math e2000

tu technische universität  
ortmund

IEEM  
INSTITUT FÜR  
INTEGRATION  
UND ENTWICKELUNG  
VON  
MATHEMATIK

## Mirakel – Spiegeln im Kopf und mit Köpfchen

36

Symposium math e2000

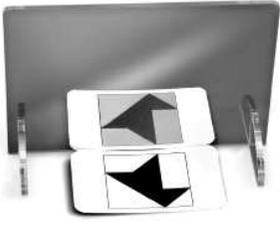
tu technische universität  
dortmund

IEEM  
INSTITUT FÜR  
INTELLIGENTE ERGEBNISRECHNUNG

**Autoren:**  
Hartmut Spiegel & Daniela Götze

**Inhalt:**

- 10 Kartensätze à 24 Karten
- 1 Miraspiegel
- 1 Spielanleitung



Symposium math e2000

37

tu technische universität  
dortmund

IEEM  
INSTITUT FÜR  
INTELLIGENTE ERGEBNISRECHNUNG

## Der Mira-Spiegel

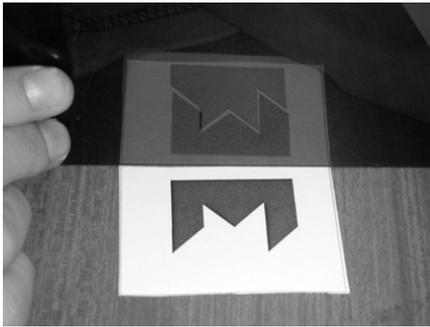
- ist ein halbdurchlässiger Spiegel
- er eignet sich nicht nur zur Prüfung von Symmetrie, sondern kann auch für ein neues Aufgabenformat benutzt werden, das die Fähigkeit fördert, sich Ergebnisse von Spiegelungen vorzustellen

Symposium math e2000

38

tu technische universität  
dortmund

IEEM  
INSTITUT FÜR  
INTELLIGENTE ERGEBNISRECHNUNG



Symposium math e2000

39

tu technische universität  
dortmund

IEEM  
INSTITUT FÜR  
INTELLIGENTE ERGEBNISRECHNUNG

1		1		↗	↖	↘	↙
2		2		↗	↖	↘	↙
3		3		↗	↖	↘	↙
4		4		↗	↖	↘	↙

Symposium math e2000

40

## Hinführung zu Mirakel

### „Ersatzhandlung Klappen“

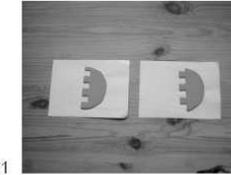
Um zu kontrollieren, ob zwei Karten zueinander gehören, klappe man die eine auf die andere Karte und halte sie gegen das Licht.

## Kartenmaterial zum „Anfassen“

### Kreis



K1



K2



K3



K4

## Kartenmaterial zum „Anfassen“

### Quadrat



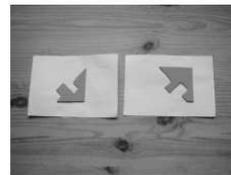
Q1



Q2



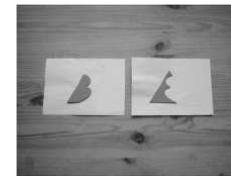
Q3



Q4

## Kartenmaterial zum „Anfassen“

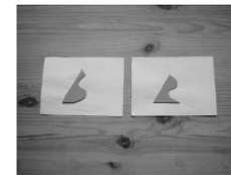
### Dreieck



D1



D2



D3



D4

tu technische universität dortmund IEM

## Kartenmaterial zum „Anfassen“

Parallelogramm

P1 P2 P3 P4

Symposium math e2000

tu technische universität dortmund IEM

## Kartenmaterial in groß

Kreis

Symposium math e2000 46

tu technische universität dortmund IEM

## Beispielszenen

Justin, Felix und Isabell entdecken selbstständig, welche Karten zusammen gehören.

Symposium math e2000 47

tu technische universität dortmund IEM

## Beispielszenen

Paula und Niklas – erster Zugang zum Kartenmaterial aus Moosgummi

Symposium math e2000 48

## Beispielszenen

Sebastian und Grace – Mirakel Karten



## Jetzt sind Sie an der Reihe!

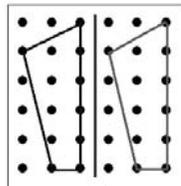


Probieren Sie eines der vorgestellten  
Materialien zunächst selbst aus.

Überlegen und diskutieren Sie  
Einsatzmöglichkeiten für Ihre  
Einrichtung/für Ihre Schule.

## Schmetterlinge

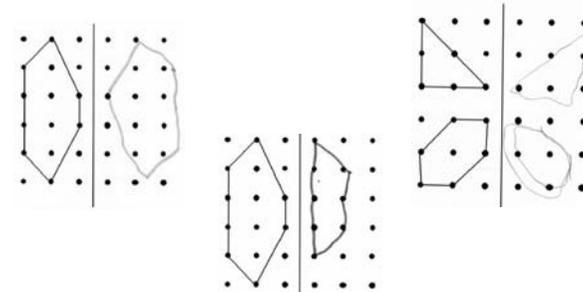
Einige Kinder neigten dazu, die eine Hälfte des Schmetterlings  
nicht zu klappen, sondern zu verschieben (oder teilweise zu  
verschieben).



	Ohne Spiegel	Mit Spiegel
Verschiebung	20	2
Spiegelung	2	24

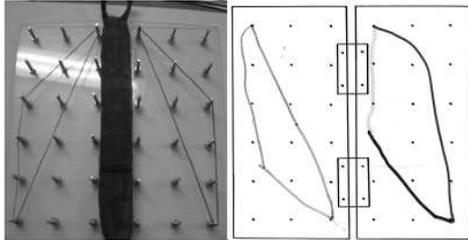
## Schmetterlinge

Zeichnen ist eine sehr (!!!)  
komplexe Angelegenheit.



## Schmetterlinge

Auch wenn die Arbeit am Geobrett gelingt,  
ist der zeichnerische Übertrag eine sehr viel höhere Anforderung!



## Probleme in der Arbeit mit dem Spiegel



## Materialien

- Download der beiden Leitfäden (inklusive aller eingesetzten Materialien) für die Schmetterlinge auf der Homepage des Symposium möglich  
(Alle Rechte liegen bei den Autorinnen!)
- Beiträge zum Umspannwerk und zu Mirakel sind dort ebenfalls zu finden!



Dr. Daniela Götze

**Geometrische Sachverhalte  
spielerisch entdecken**