

Automatisierendes Üben mit
"rechenschwachen" Kindern:

**Automatisieren von Strategien,
nicht von Einzelfakten!**

20. Symposion mathe 2000
Dortmund, 18. September 2010

Michael Gaidoschik, Wien
michael.gaidoschik@chello.at
www.rechenschwaecher.at

Übersicht

- **"Rechenschwäche":
Eine Vorbemerkung zu den Anführungszeichen**
- Was macht "rechenstarke" Kinder im Rechnen stark?
- Einige Vorschläge zum automatisierenden Üben:
 - Zahlzerlegen
 - Kleines Einmaleins
- Fragen, Einwände, Diskussion...

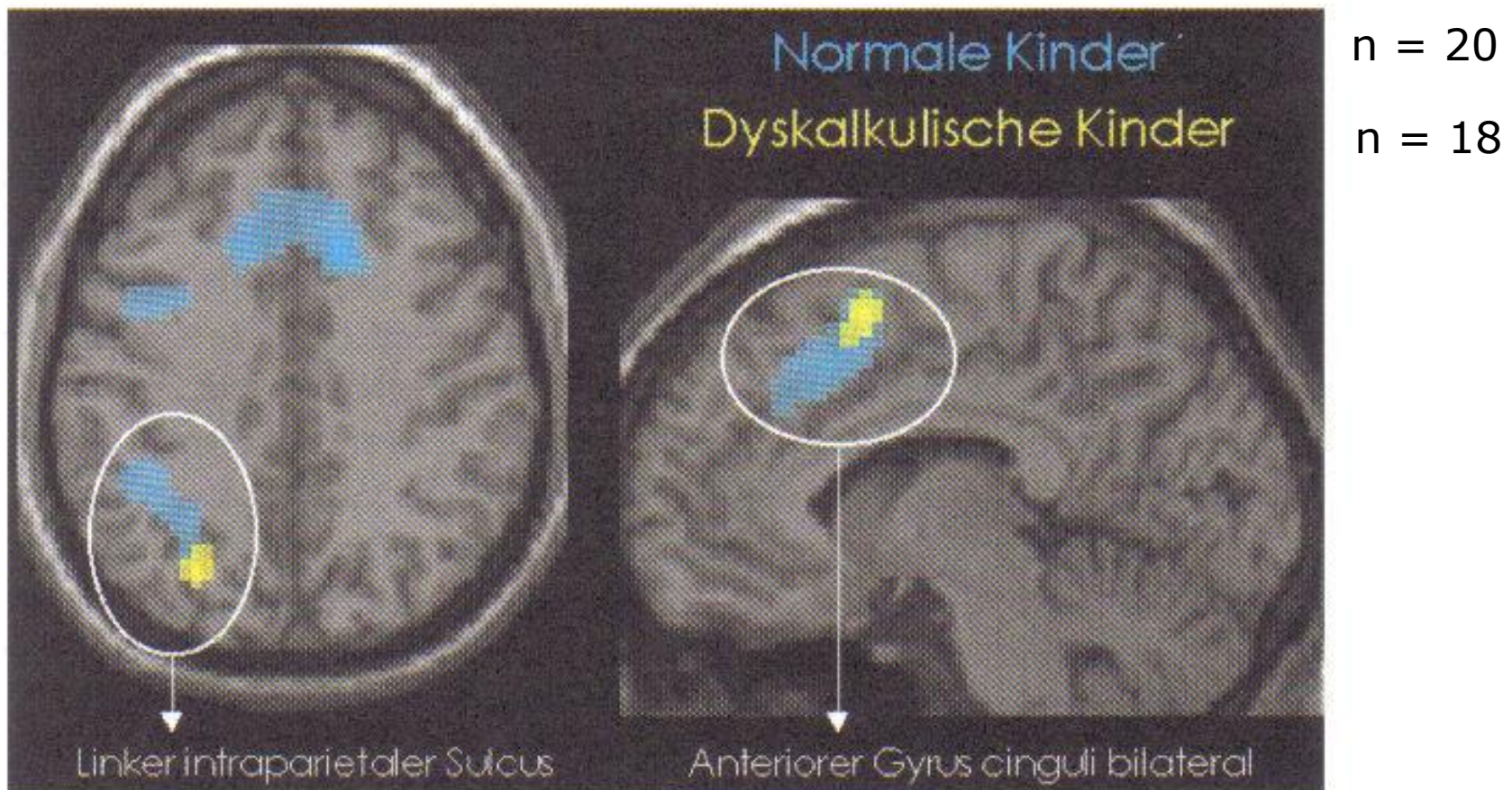
Warum sind manche Kinder so schwach im Rechnen?

Wie und wo Antworten gesucht werden ...



Warum sind manche Kinder so schwach im Rechnen?

... so werden sie auch gefunden:



Kucian u.a., 2005; aus: Von Aster/Lorenz 2005

Warum sind manche Kinder so schwach im Rechnen?

Wie und wo Antworten gesucht werden ...

Lukas

Andreas

Melanie

Warum sind manche Kinder so schwach im Rechnen?

... so werden sie auch gefunden:

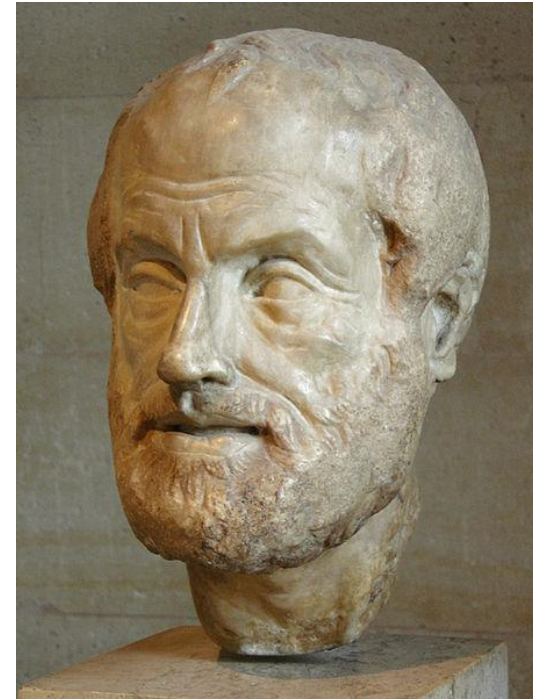
Bei Nachfragen und Beobachten zeigen "rechenschwache" Kinder

- ... Einsichten: Auch sie sind *geistig* tätig!
- ... unzureichende Konzepte von Zahlen und Rechenoperationen, etwa
 - Zahlen vorwiegend als "Stationen", nicht so sehr als Zusammensetzungen gedacht (Lukas)
 - Addieren und Subtrahieren daher als Vorwärts und Rückwärts in der Zahlwortreihe, nicht als Zusammensetzen und Auseinandernehmen von Zahl-Ganzen (Andreas)
 - Additionen und Subtraktionen nicht in ihren operativen Zusammenhängen erfasst (Melanie)

Wie aber entstehen solche unzureichenden Konzepte?

Dazu Aristoteles:

Was man erst lernen muss,
bevor man es ausführen kann,
das lernt man,
indem man es ausführt.



Aristoteles, Nikomachische Ethik, II/1

Mit anderen Worten:

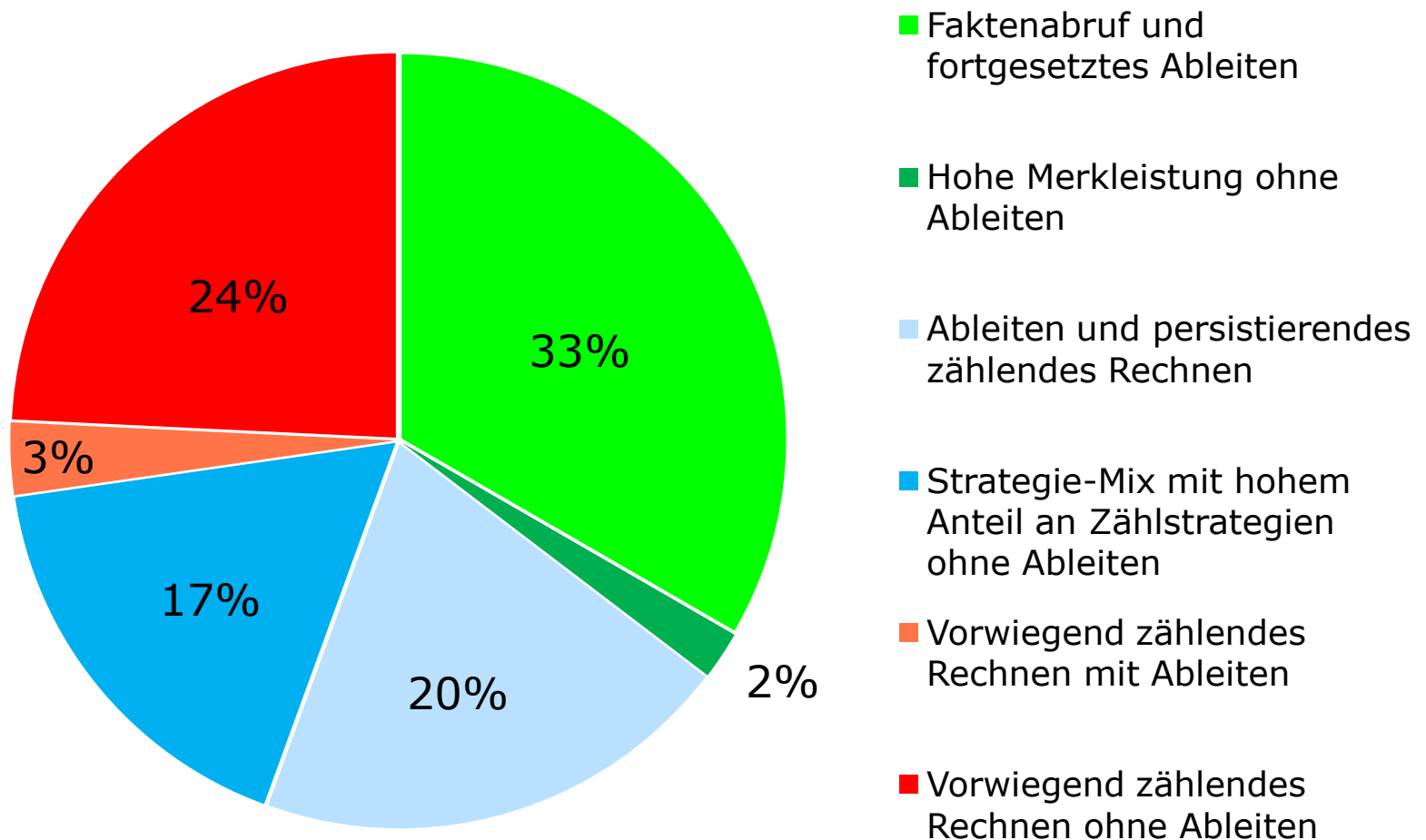
"Rechenschwache" Kinder sind
schwach im Rechnen,
weil sie es (noch)
nicht besser gelernt haben!

Übersicht

- "Rechenschwäche":
Vorbemerkung zu möglichen Sichtweisen
- **Was macht "rechenstarke" Kinder im Rechnen stark?**
- Einige Vorschläge zum automatisierenden Üben:
 - Zahlzerlegen
 - Kleines Einmaleins
- Fragen, Einwände, Diskussion...

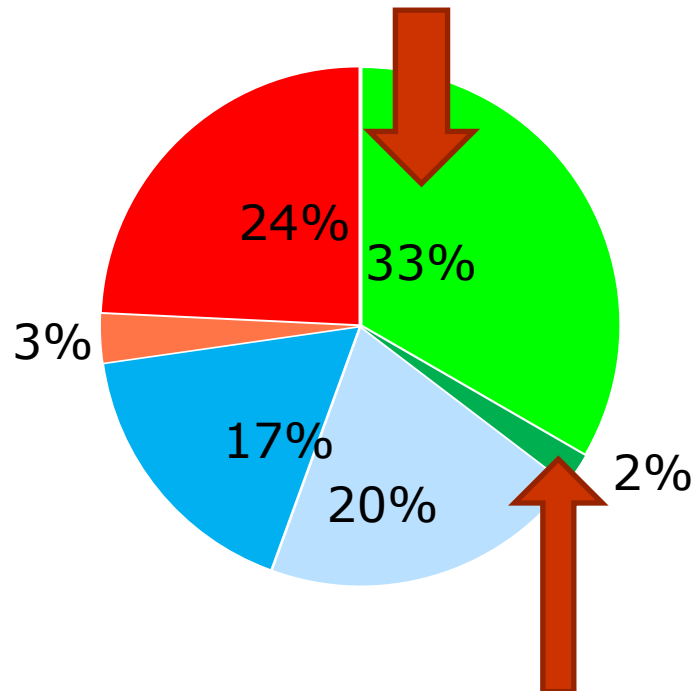
Dazu ein bisschen empirische Forschung...

"Strategietypen" unter 139 österreichischen Kindern,
Ende 1. Schuljahr (vgl. Gaidoschik 2010)



Ein bisschen empirische Forschung...

- **Hohes Faktenwissen** im kleinen Einspluseins fast immer in Kombination mit "Ableitungen" (Beispiele folgen!)



- **"Bloßes Auswendigwissen"** dagegen sehr selten (Typus "Hohe Merkleistung ohne Ableiten")

Ein bisschen empirische Forschung...

"Rechenstarke" Kinder zu Beginn ihres ersten Schuljahres...

Petra

... und Mitte des ersten Schuljahres

Fabian

Anna-Lea

... und am Ende des ersten Schuljahres

Fabian

Thesen auf Grundlage solcher und weiterer Befunde:

- ❑ Automatisierung gelingt dann früh und (relativ) leicht, wenn Kinder operative Zusammenhänge **erkennen und nutzen**.
- ❑ Wiederholtes "Ableiten" einer Aufgabe aus einer bereits auswendig gewussten **befördert und erleichtert deren Automatisierung**.
- ❑ "Rechenstarke Kinder" entdecken und nutzen solche Ableitungsstrategien **auch ohne gezielte Unterstützung**.
- ❑ "Rechenschwache Kinder" tun dies nicht – und gelangen **gerade deshalb** auch nicht zur Automatisierung

(oder nur verzögert, lückenhaft, mit übermäßigem Übungsaufwand...)

Woraus nur eines folgt:

Was "starke Rechner"
von sich aus machen,
müssen wir bei anderen Kindern
gezielt anregen und trainieren,
damit sie nicht
"rechenschwach" werden!

Das heißt für das **Automatisieren** der Grundaufgaben:

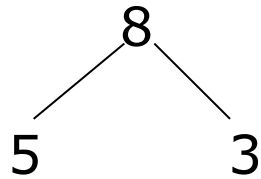
- Gerade "lernschwache" Kinder sind darauf angewiesen, dass im Mathematikunterricht auch wirklich **Mathematik** getrieben wird.
- Wir müssen mit ihnen **gezielt an mathematischen Einsichten arbeiten** – in Zahlstrukturen, in operative Zusammenhänge, in Rechengesetze.
 - Absolut kein Gegensatz zum aktiv entdeckenden Lernen!
 - Aber: Vielleicht gezieltere Anregungen, mehr Rückmeldungen, Ermutigungen – mitunter auch einfach: Mehr Zeit!
- Erstens sowieso: **Recht auf Mathematik** auch für die Kinder, denen der Zugang zu ihr schwer fällt.
- Zweitens aber: **Einsicht erleichtert & beschleunigt das Automatisieren** der Grundaufgaben
– unter Umständen ermöglicht es dieses überhaupt erst.

Übersicht

- "Rechenschwäche":
Vorbemerkung zu möglichen Sichtweisen
- Was macht "rechenstarke" Kinder
im Rechnen stark?
- **Einige Vorschläge zum automatisierenden Üben:**
 - **Zahlzerlegen**
 - Kleines Einmaleins
- Fragen, Einwände, Diskussion...

Warum automatisierte Zahlzerlegungen so wichtig sind:

Ein einzige "Zerlegung"...



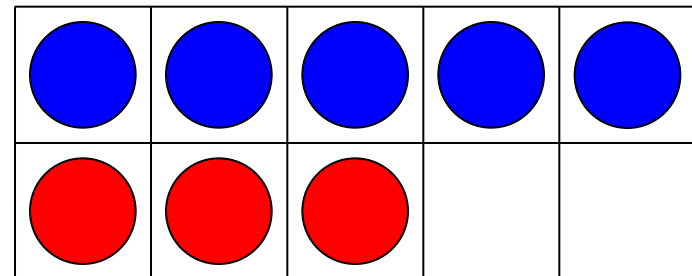
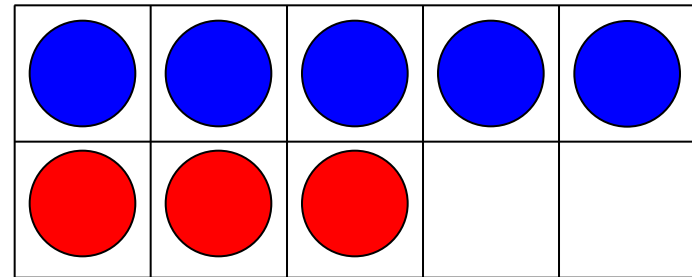
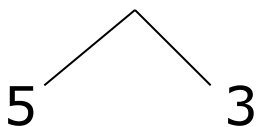
...viele abgeleitete Rechnungen

$$5 + 3 = 8$$
$$3 + 5 = 8$$

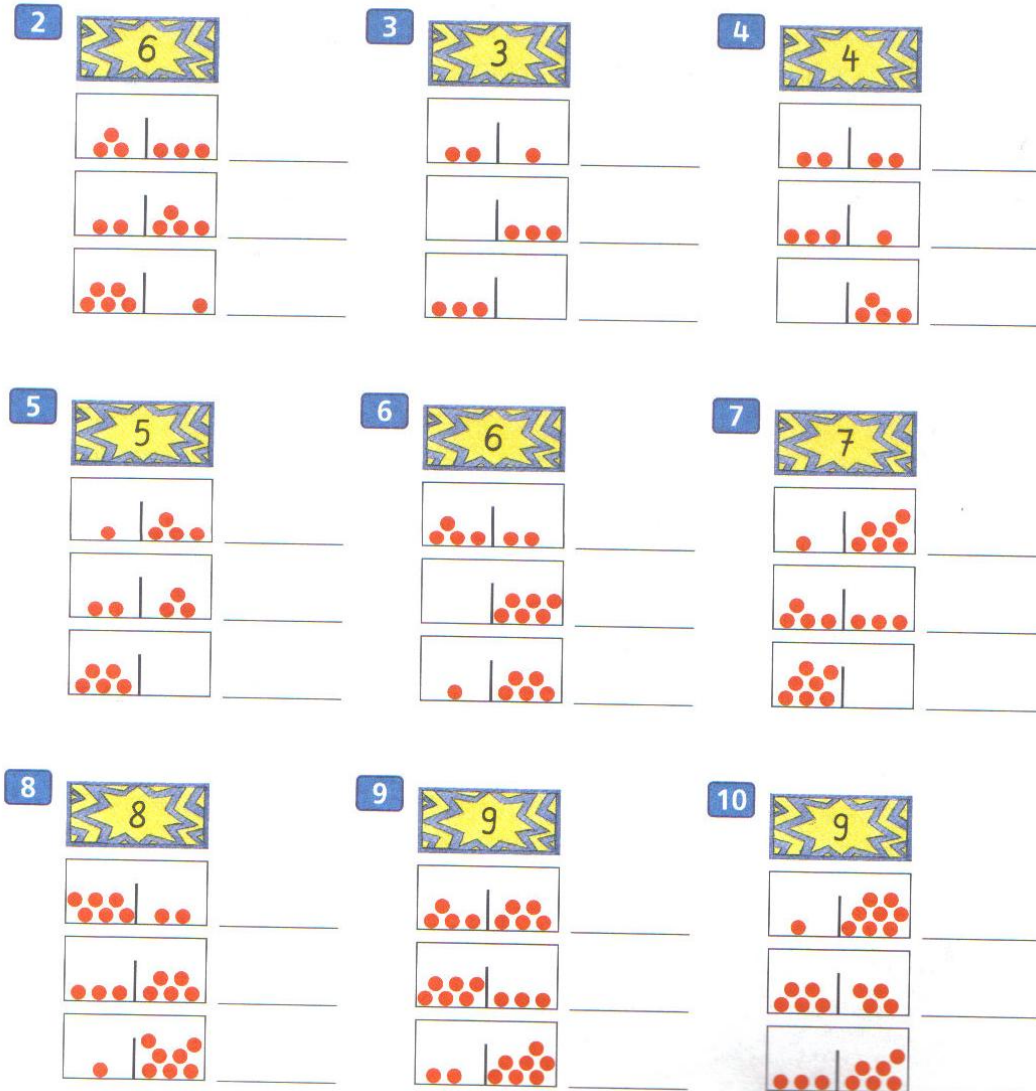
$$8 - 5 = 3$$
$$8 - 3 = 5$$

$$8 + 5 = 13$$

$$8 + 8 = 16$$



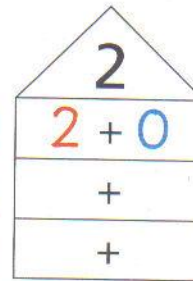
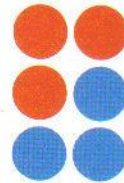
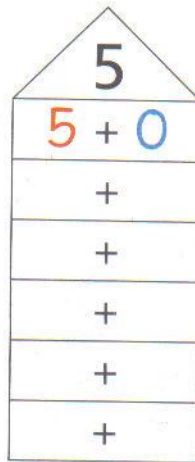
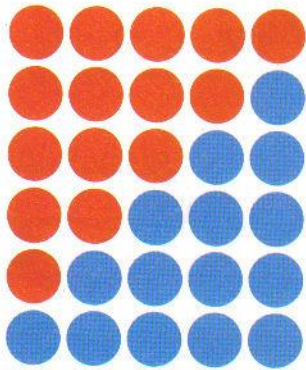
"Einsicht in Zusammenhänge erleichtert das Automatisieren"?



Aus:
Welt der Zahl 1

"Einsicht in Zusammenhänge erleichtert das Automatisieren!"

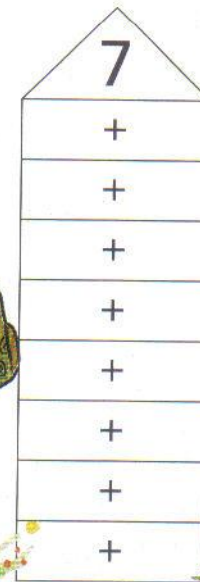
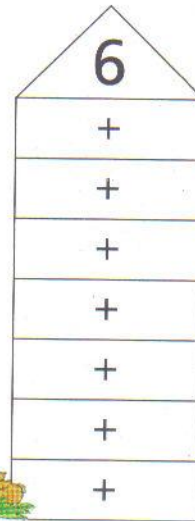
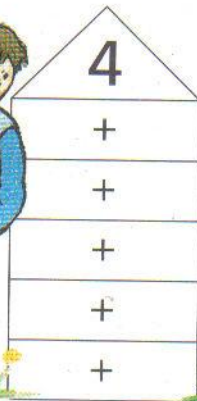
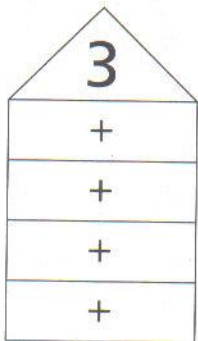
2 Lege geordnet.



Was fällt dir auf?

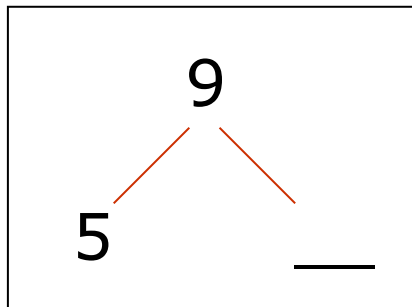
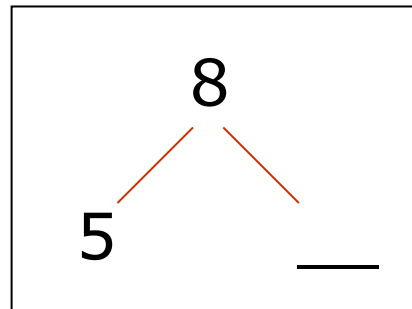
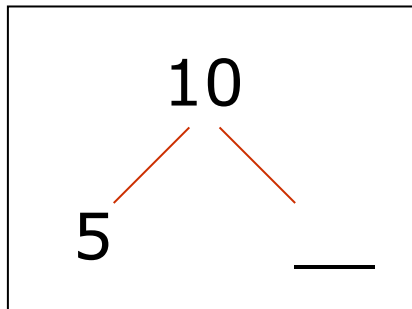
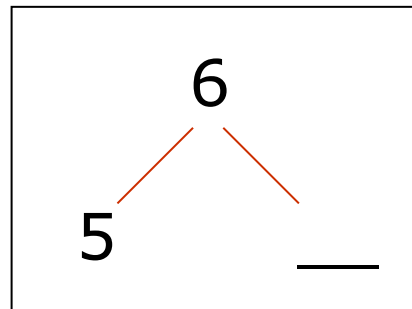
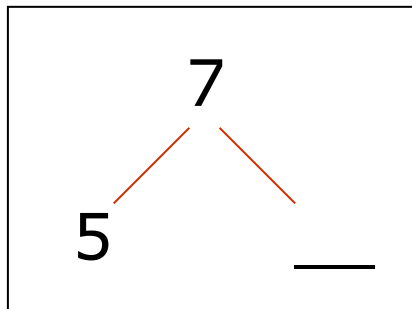
Was ändert sich von einer Zeile zur nächsten?

3 Lege.



Und *Genau das* soll automatisiert werden: Denken in Zusammenhängen!

Dafür zunächst **Stützpunkte** absichern:



eine
"Automatisierungs-
Gruppe"

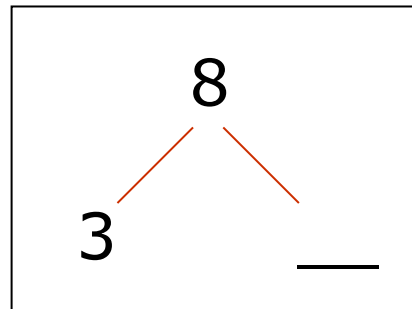
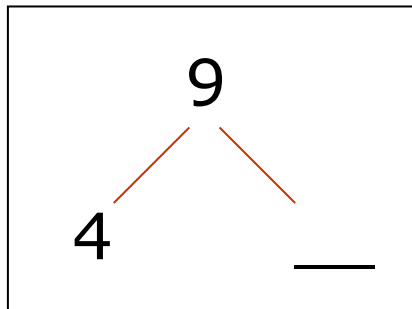
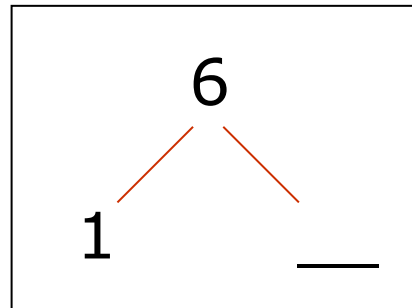
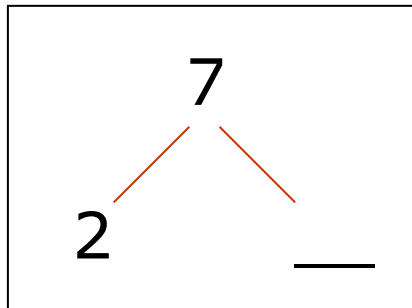
*Zu automatisierender
Zusammenhang:*

*Standardzerlegung
"Kraft der Fünf"*

*"Wie ich die Zahl
(normalerweise)
mit beiden Händen
zeige"*

Automatisieren von Zusammenhängen!

Dieselben Zerlegungen natürlich auch so:



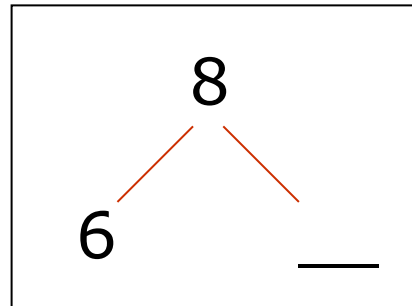
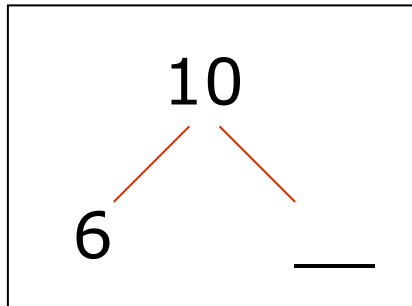
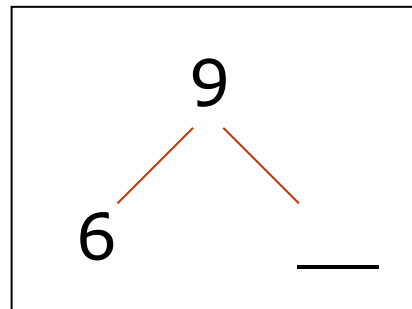
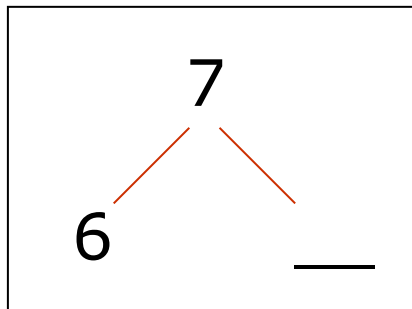
eine
"Automatisierungs-
Gruppe"

Zu automatisierender
Zusammenhang:

Standardzerlegung
"Kraft der Fünf"

Automatisieren in Zusammenhängen!

Vom Stützpunkt "Handzerlegung" aus leicht abzuleiten:

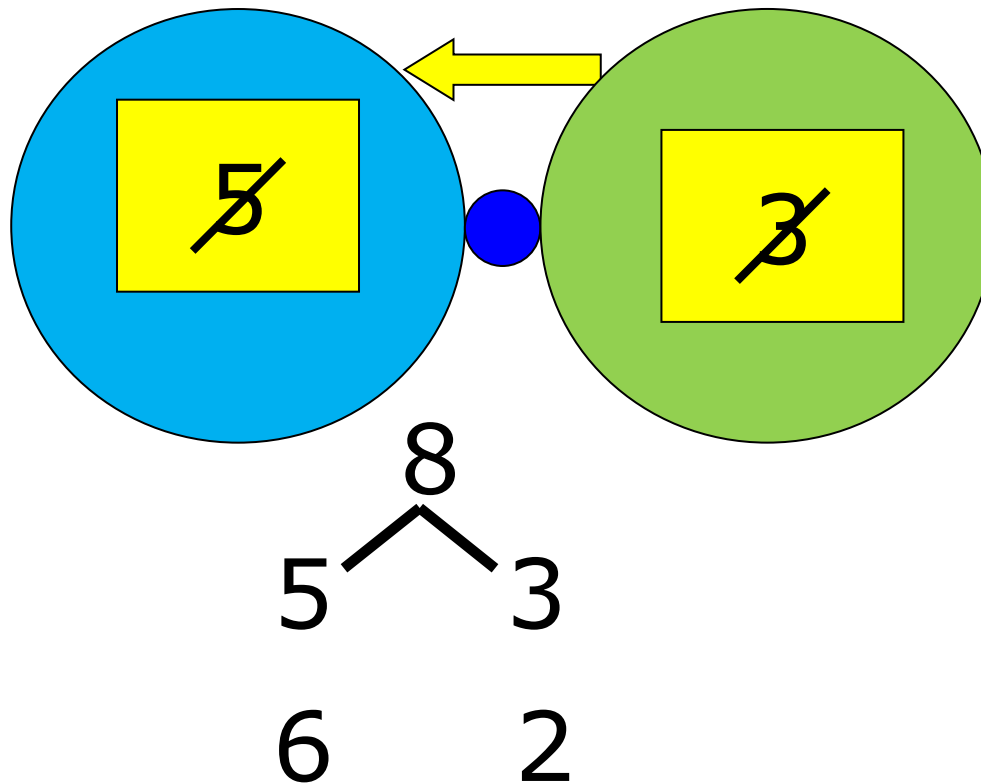


eine
"Automatisierungs-
Gruppe"

*Zu automatisierender
Zusammenhang:*

*Veränderung um 1
ausgehend von
"Kraft der Fünf"*

Unterstützung für die, die sich schwer tun: "Verdecktes Handeln"



Mögliche Automatisierungskärtchen in erster Phase des Übens

A flashcard with a house-shaped top containing the number 8. Below the house are two rows of addition problems: $5 + \underline{\quad}$ and $6 + \underline{\quad}$.

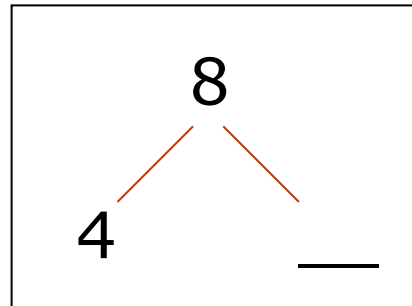
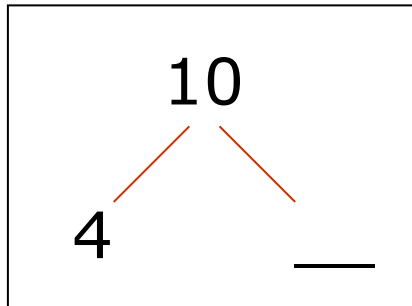
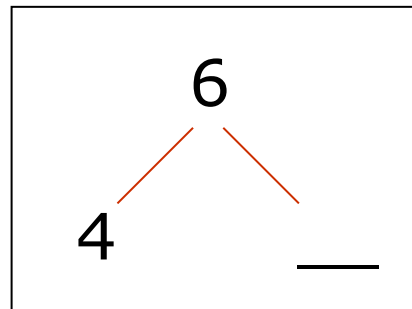
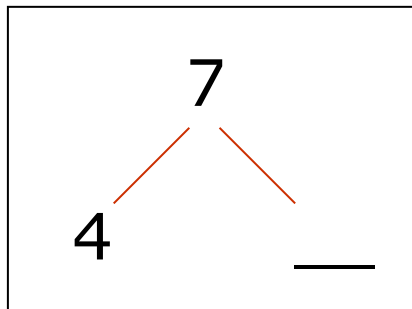
A flashcard with a house-shaped top containing the number 10. Below the house are two rows of addition problems: $5 + \underline{\quad}$ and $6 + \underline{\quad}$.

A flashcard with a house-shaped top containing the number 9. Below the house are two rows of addition problems: $5 + \underline{\quad}$ and $6 + \underline{\quad}$.

A flashcard with a house-shaped top containing the number 7. Below the house are two rows of addition problems: $5 + \underline{\quad}$ and $6 + \underline{\quad}$.

Automatisieren von Zusammenhängen!

Gleichfalls vom Stützpunkt "Handzerlegung" aus abzuleiten:



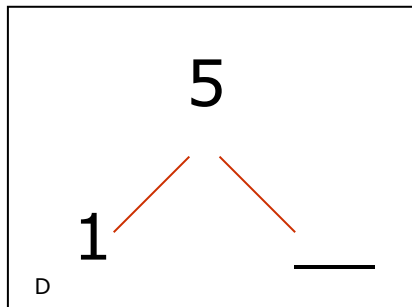
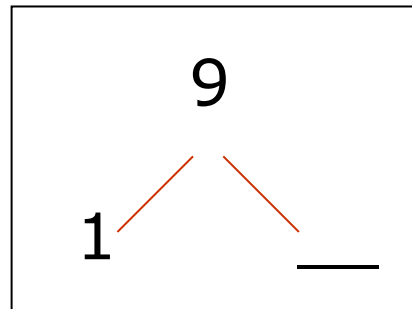
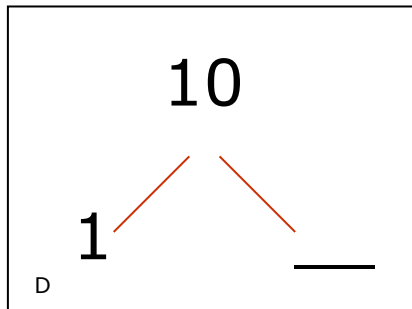
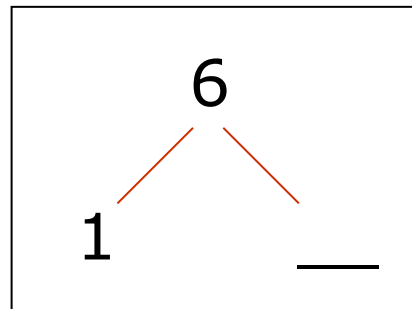
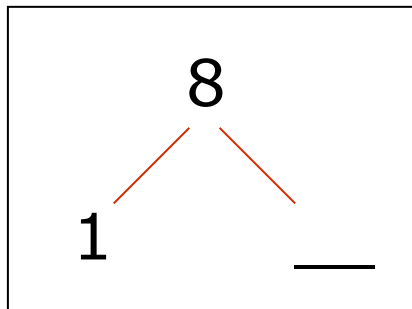
eine
"Automatisierungs-
Gruppe"

*Zu automatisierender
Zusammenhang:*

*Veränderung um 1
ausgehend von
"Kraft der Fünf"*

Automatisieren in Zusammenhängen!

Zweiter wichtiger Stützpunkt: Zerlegungen mit 1

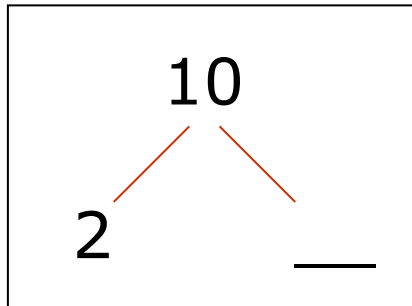
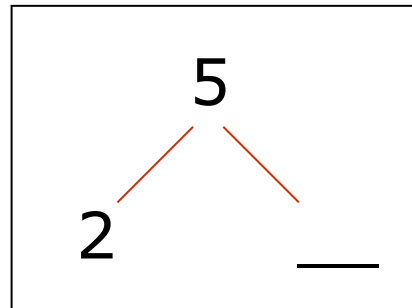
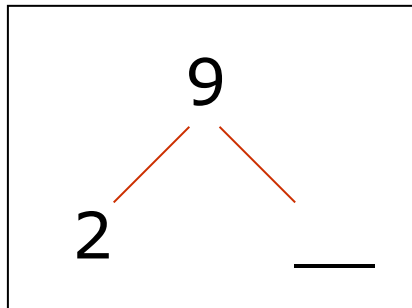


usw.

eine
"Automatisierungs-
Gruppe"

Automatisieren in Zusammenhängen!

Von Zerlegungen mit 1 ausgehend: Zerlegungen mit 2



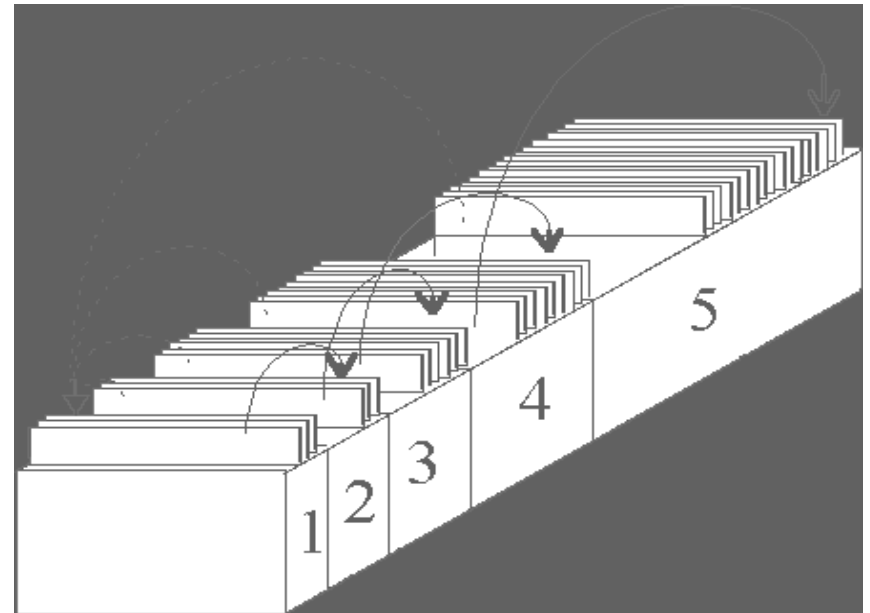
usw.

eine
"Automatisierungs-
Gruppe"

Automatisieren in Zusammenhängen!

Vorschlag zur Methodik:

- ☞ Kinder arbeiten innerhalb einer Automatisierungsgruppe, **so lange sie das eben brauchen.**
- ☞ Erst wenn eine Gruppe (weitgehend) automatisiert, nimmt Kind neue Gruppe dazu.
- ☞ Im Idealfall (nahezu) täglich kurzes, konzentriertes Automatisierungstraining (5 – 10 Minuten, nicht mehr).
- ☞ Unterstützung durch Elternhaus / außerschulische Hilfskräfte äußerst wünschenswert – Kartei & Systematik erleichtern die dafür notwendige gezielte Instruktion!



Zuletzt noch ...

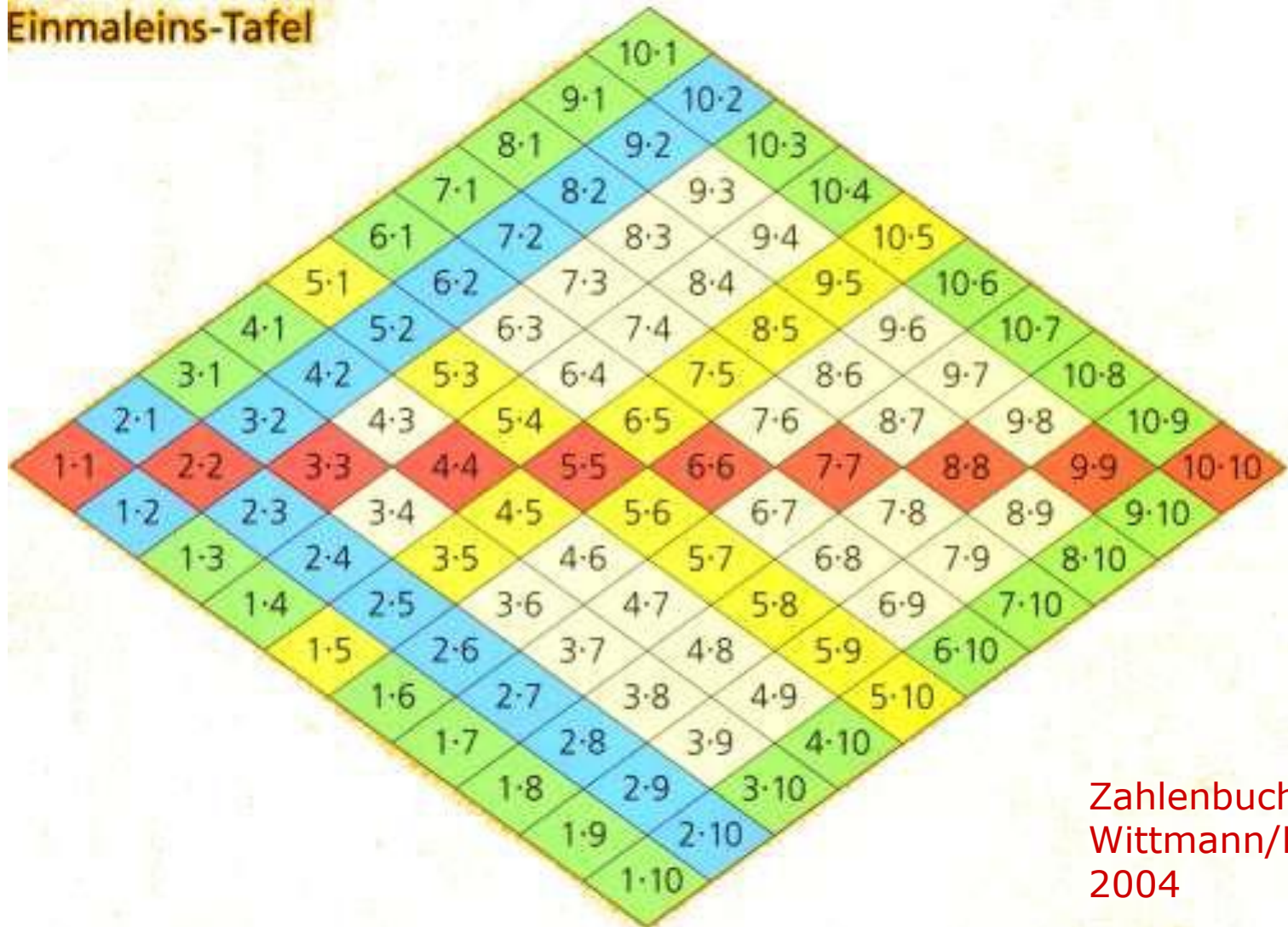
- "Rechenschwäche":
Vorbemerkung zu möglichen Sichtweisen
- Was macht "rechenstarke" Kinder
im Rechnen stark?
- **Einige Vorschläge zum automatisierenden Üben:**
 - Zahlzerlegen
 - **Kleines Einmaleins**
- Fragen, Einwände, Diskussion...

Das kleine Einmaleins: 100 "Merkaufgaben"...

1 ▪ 1	1 ▪ 2	1 ▪ 3	1 ▪ 4	1 ▪ 5	1 ▪ 6	1 ▪ 7	1 ▪ 8	1 ▪ 9	1 ▪ 10
2 ▪ 1	2 ▪ 2	2 ▪ 3	2 ▪ 4	2 ▪ 5	2 ▪ 6	2 ▪ 7	2 ▪ 8	2 ▪ 9	2 ▪ 10
3 ▪ 1	3 ▪ 2	3 ▪ 3	3 ▪ 4	3 ▪ 5	3 ▪ 6	3 ▪ 7	3 ▪ 8	3 ▪ 9	3 ▪ 10
4 ▪ 1	4 ▪ 2	4 ▪ 3	4 ▪ 4	4 ▪ 5	4 ▪ 6	4 ▪ 7	4 ▪ 8	4 ▪ 9	4 ▪ 10
5 ▪ 1	5 ▪ 2	5 ▪ 3	5 ▪ 4	5 ▪ 5	5 ▪ 6	5 ▪ 7	5 ▪ 8	5 ▪ 9	5 ▪ 10
6 ▪ 1	6 ▪ 2	6 ▪ 3	6 ▪ 4	6 ▪ 5	6 ▪ 6	6 ▪ 7	6 ▪ 8	6 ▪ 9	6 ▪ 10
7 ▪ 1	7 ▪ 2	7 ▪ 3	7 ▪ 4	7 ▪ 5	7 ▪ 6	7 ▪ 7	7 ▪ 8	7 ▪ 9	7 ▪ 10
8 ▪ 1	8 ▪ 2	8 ▪ 3	8 ▪ 4	8 ▪ 5	8 ▪ 6	8 ▪ 7	8 ▪ 8	8 ▪ 9	8 ▪ 10
9 ▪ 1	9 ▪ 2	9 ▪ 3	9 ▪ 4	9 ▪ 5	9 ▪ 6	9 ▪ 7	9 ▪ 8	9 ▪ 9	9 ▪ 10
10 ▪ 1	10 ▪ 2	10 ▪ 3	10 ▪ 4	10 ▪ 5	10 ▪ 6	10 ▪ 7	10 ▪ 8	10 ▪ 9	10 ▪ 10

Oder ein Netz verstehbarer operativer Zusammenhänge:

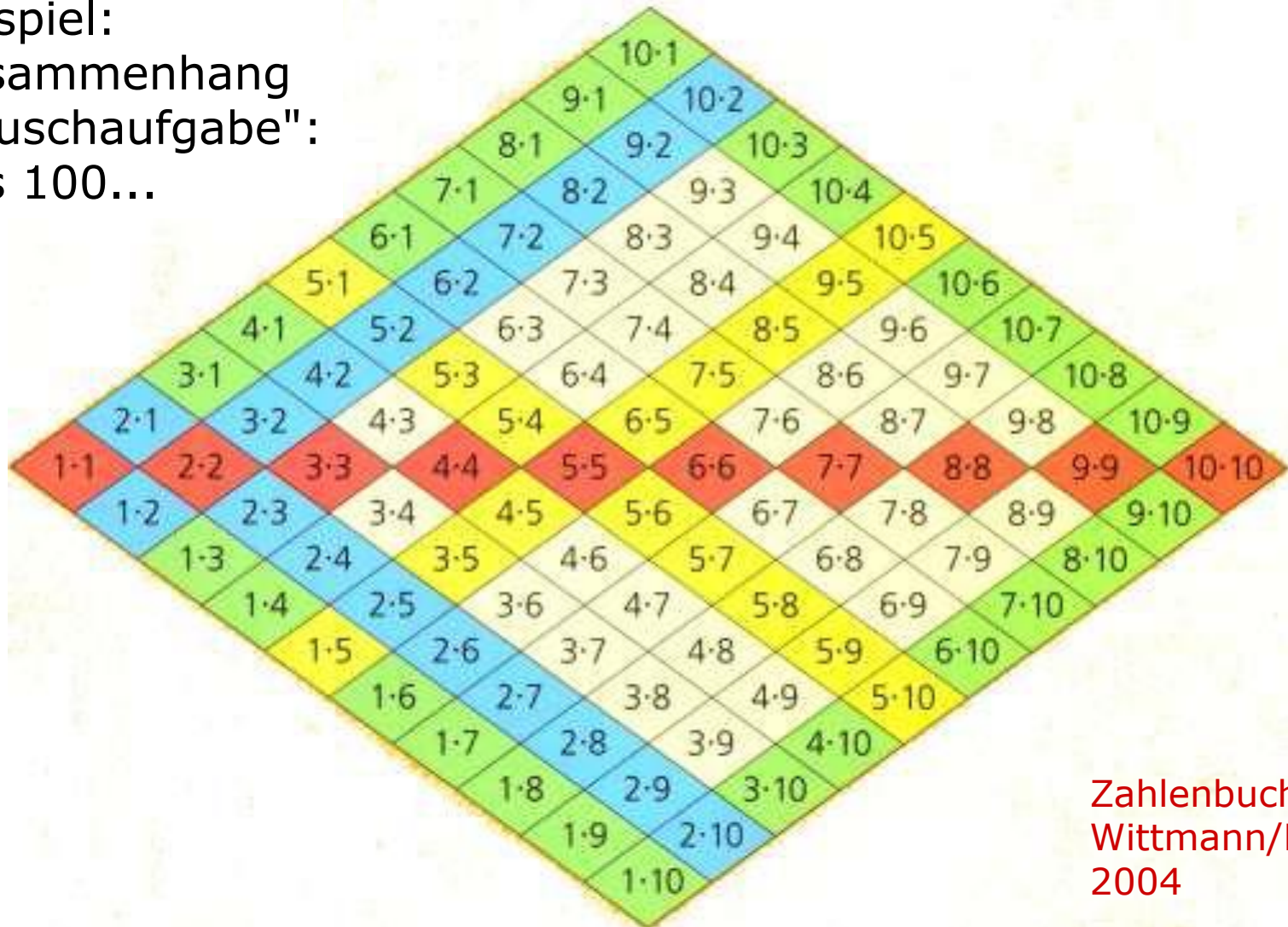
Einmaleins-Tafel



Zahlenbuch 2
Wittmann/Müller,
2004

Zusammenhänge, die das (notwendige!) Automatisieren erleichtern:

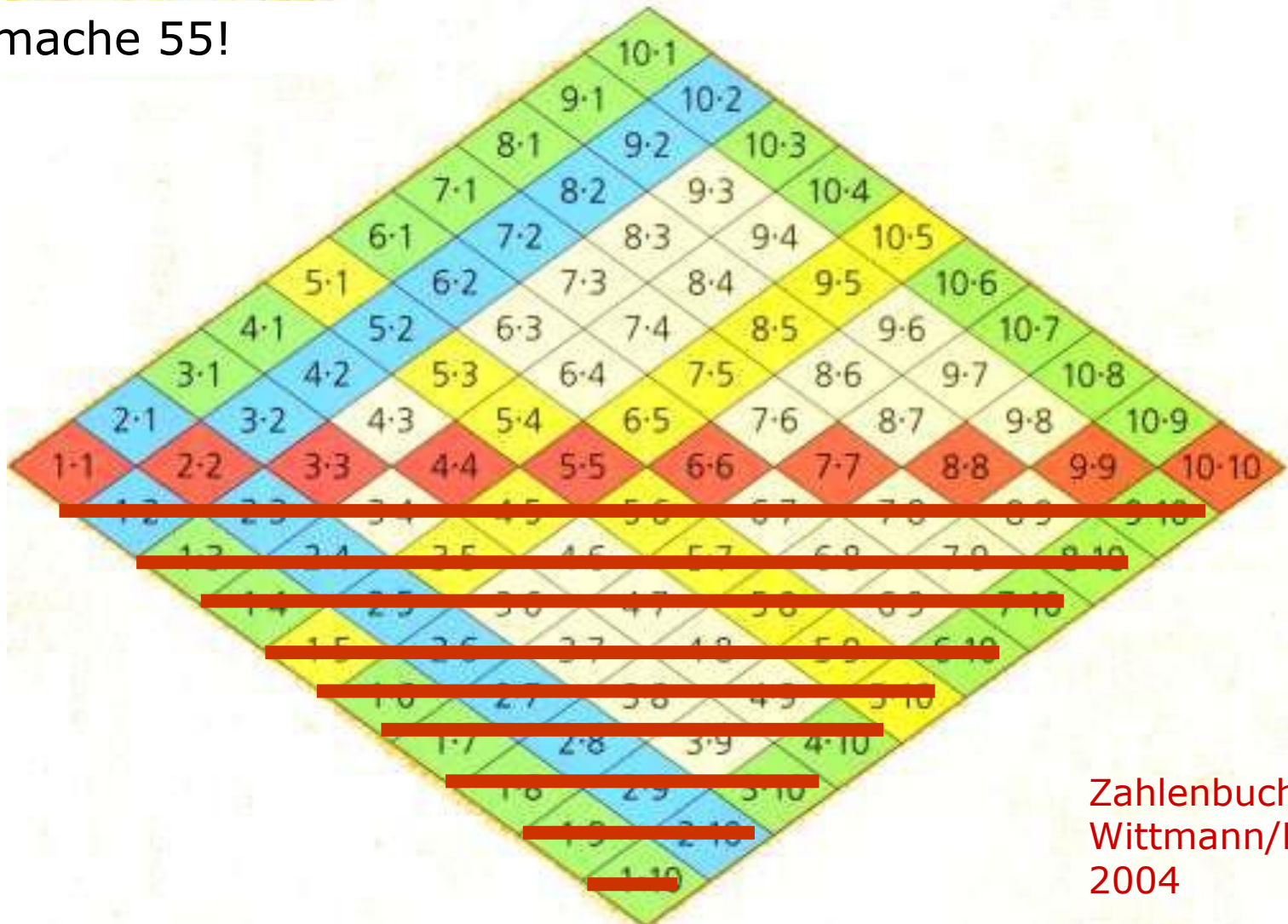
Beispiel:
Zusammenhang
"Tauschaufgabe":
Aus 100...



Zahlenbuch 2
Wittmann/Müller,
2004

Zusammenhänge, die das (notwendige!) Automatisieren erleichtern:

... mache 55!

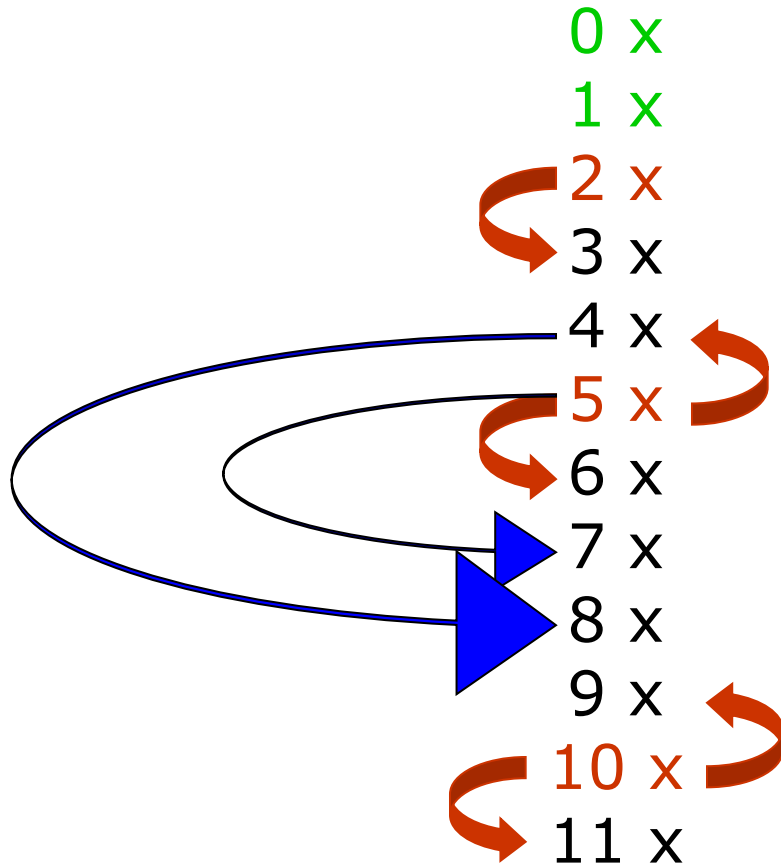


Zahlenbuch 2
Wittmann/Müller,
2004

Auch für das kleine 1x1 gilt:

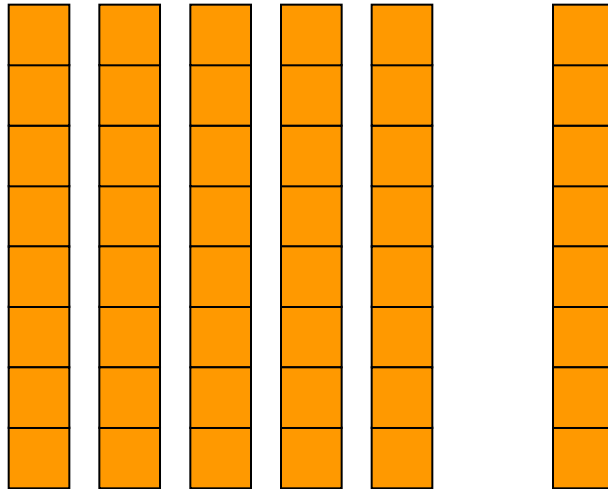
- **Einsichten** in operative Zusammenhänge und Rechengesetze **erleichtern** das Automatisieren.
- **Auch lernschwache Kinder können diese Einsichten erlangen**, benötigen dabei aber vielleicht mehr und gezieltere Unterstützung (oft auch mehr Zeit).
- **Ohne diese Einsichten** sind Versuche, das 1x1 zu automatisieren, gerade bei "lernschwachen" Kindern oft **zum Scheitern verurteilt** - eben weil sie nicht wie andere Kinder durch Merkleistung kompensieren können!
- Wenn aber **Zusammenhänge** erarbeitet wurden, sollten sie auch **gezielt beim automatisierenden Üben** genutzt werden!

Wie beim Zerlegen: Zum Ableiten braucht es automatisierte Stützpunkte



Ableiten beispielhaft: "6mal" als "5mal und noch 1mal dazu"

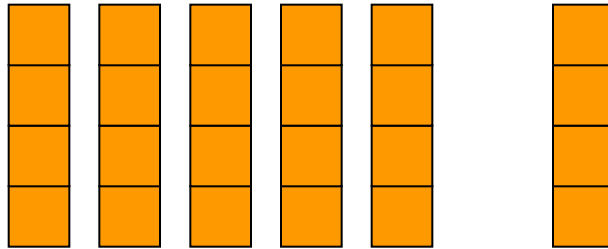
Lege 5 mal 8!



Mach daraus 6 mal 8!

Ableiten beispielhaft: "6mal" als "5mal und noch 1mal dazu"

Lege 5 mal 4!

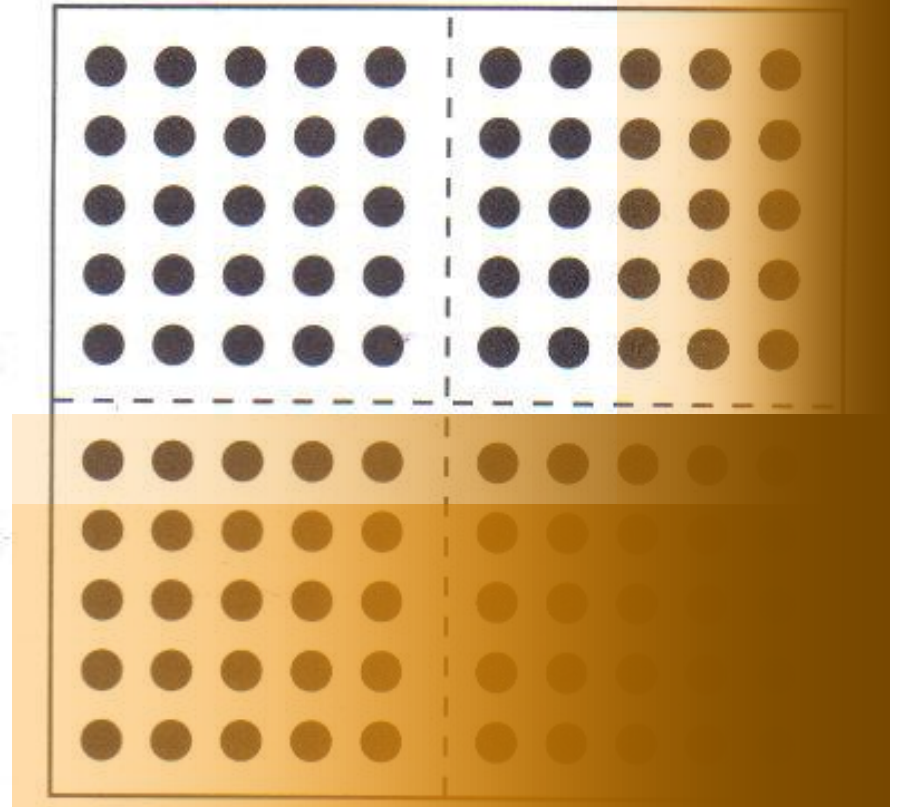


Mach daraus 6 mal 4!

"6mal" als "5mal und noch 1mal" am Punktefeld

Zeige 5 mal 7!

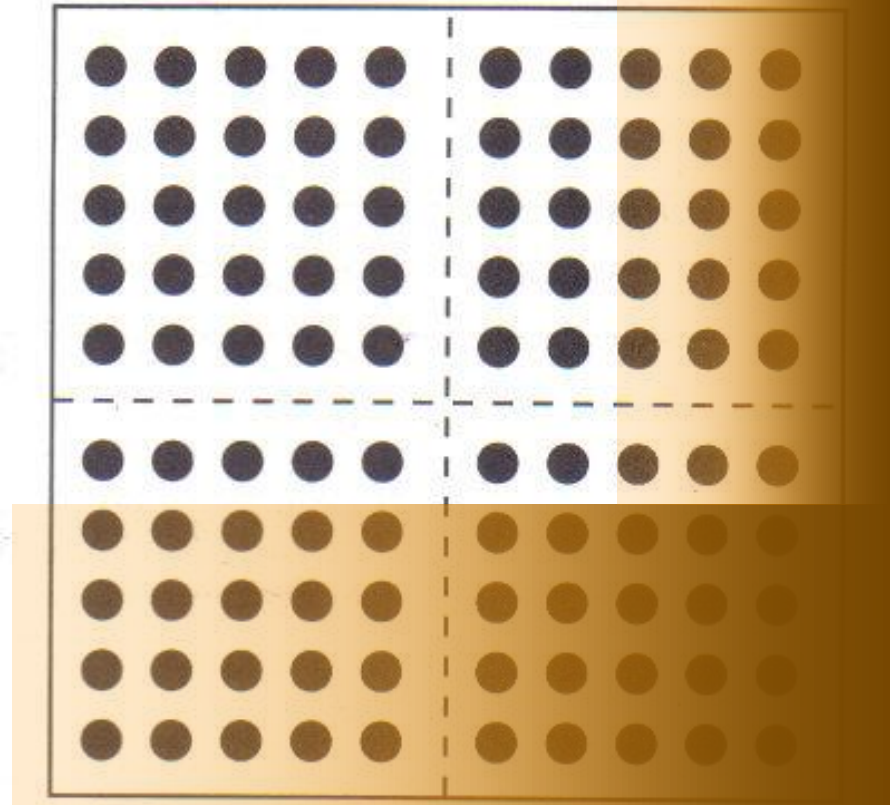
Mach daraus 6 mal 7!



"6mal" als "5mal und noch 1mal" am Punktefeld

Zeige 5 mal 7!

Mach daraus 6 mal 7!



"Ausrechnen": Beim Erarbeiten nicht im Vordergrund!

Wie viel ist $5 \cdot 8$?

40!

Wie wird daraus $6 \cdot 8$?

Noch 8 dazu!

(Also ist $6 \cdot 8 = 48$!)

"Automatisierungsgruppen" beim kleinen Einmaleins

Weiterhin am Beispiel der 6mal-Aufgaben:

$6 \cdot 8$	$6 \cdot 6$	$6 \cdot 4$
$6 \cdot 3$	$6 \cdot 7$	$6 \cdot 9$

Tauschaufgaben beachten!

$6 \cdot 9$ vielleicht einfacher über $9 \cdot 6$?

$6 \cdot 2$, $6 \cdot 5$, $6 \cdot 10$ dagegen als Tauschaufgaben der Kernaufgaben $2 \cdot 6$, $5 \cdot 6$ und $10 \cdot 6$!

Auch hier: Zunächst eventuell *Aufgaben-Paare* automatisieren

Am Beispiel der 6mal-Aufgaben

$5 \cdot 8$ $6 \cdot 8$	$5 \cdot 6$ $6 \cdot 6$	$5 \cdot 4$ $6 \cdot 4$
$5 \cdot 3$ $6 \cdot 3$	$5 \cdot 7$ $6 \cdot 7$	

Auch hier: Zunächst eventuell *Aufgaben-Paare* automatisieren

Am Beispiel der 9mal-Aufgaben

$$\begin{array}{r} 10 \cdot 8 \\ 9 \cdot 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \cdot 6 \\ 9 \cdot 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \cdot 4 \\ 9 \cdot 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \cdot 3 \\ 9 \cdot 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \cdot 7 \\ 9 \cdot 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \cdot 9 \\ 9 \cdot 9 \end{array}$$

Das Weitere...

... analog zum beschriebenen Vorgehen beim Automatisieren der Zerlegungsaufgaben!

Zum Abschluss ein österreichischer Klassiker:

Das Einmaleins ist mir bis auf diese
Stunde nicht geläufig.

Franz Grillparzer in
seiner Autobiographie

Vielleicht in der falschen Weise gelernt?

Dagegen als Kurzfassung
meiner Ausführungen:

Strukturen sind die Waffen der Mathematik.

Bourbaki

(franz. Mathematiker-Kollektiv)

Meine Ergänzung:

Auch im "Kampf" gegen "Rechenschwäche"!

Und damit...

Vorerst vielen Dank
für Ihre
Aufmerksamkeit!

Fragen, Einwände, Diskussionsbedarf?

michael.gaidoschik@chello.at
www.rechenschwaeche.at

Literatur

- GAIDOSCHIK, M. (2010): *Wie Kinder rechnen lernen – oder auch nicht. Eine empirische Studie zur Entwicklung von Rechenstrategien im ersten Schuljahr.*- Frankfurt/Main: Peter Lang.
- GAIDOSCHIK, M. (2007): *Rechenschwäche vorbeugen – Erstes Schuljahr: Vom Zählen zum Rechnen.*- Wien: G&G.
- GAIDOSCHIK, M. (2003): *Rechenstörungen: Die „didaktogene Komponente“.* Kritische Thesen zur „herkömmlichen Unterrichtspraxis“ in drei Kernbereichen der Grundschulmathematik.- In: Lenart, F. & Holzer, N. & Schaupp, H. (Hrsg.): *Rechenschwäche – Rechenstörung – Dyskalkulie: Erkennung, Prävention, Förderung.*- Graz: Leykam, S. 128 – 153
- GAIDOSCHIK M. (2002): *Rechenschwäche – Dyskalkulie. Eine unterrichtspraktische Einführung für LehrerInnen und Eltern.*- Wien: G&G.
- WITTMANN, E. CH. & MÜLLER, G. N. (2004): *Das Zahlenbuch, Band 1, incl. Lehrerband (zum Zerlegen und Einspluseins) bzw. Band 2, incl. Lehrerband (zum kleinen Einmaleins).* - Stuttgart – Düsseldorf – Berlin – Leipzig: Klett
- WITTMANN, E. CH. & MÜLLER, G. N. (1994): *Handbuch produktiver Rechenübungen, Band 1.*- Stuttgart – Düsseldorf – Berlin – Leipzig: Klett, zweite, überarbeitete Auflage.