Übungen zur Vorlesung

Differentialgleichungen in der Wirtschaftsmathematik

Wintersemester 2010/11

Blatt 3

28.10.2010

1. Seien $f, g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, f stetig und g differenzierbar mit Lebesgue-integrierbarer Ableitung g' . Zeigen Sie:

$$\int_a^b f(x)dg(x) = \int_a^b f(x)g'(x)dx.$$

2. Beweisen Sie die Formel für die partielle Integration

$$\int_a^b f(x)dg(x) + \int_a^b g(x)df(x) = f(b)g(b) - f(a)g(a)$$

für $f, g \in BV([a, b]) \cap \mathcal{C}([a, b])$.

3. Berechnen Sie:

(a) $\int_0^1 xdx^2$

(b) $\int_0^3 x^2d \lfloor x \rfloor$ (mit $\lfloor x \rfloor := \max\{k \in \mathbb{Z} : k \leq x\}$)

(c) $\int_0^3 x^2d \lceil x \rceil$ (mit $\lceil x \rceil := \min\{k \in \mathbb{Z} : k \geq x\}$)

(d) $\int_0^{10} xde^{\lfloor x \rfloor}$

(e) $\int_0^{10} xde^{\lceil x \rceil}$

(f) $\int_{-1}^1 \mathbf{1}_{[0,1]}(x)d((x+1)\mathbf{1}_{[0,1]}(x))$