

Distributionen und Differentialoperatoren

Blatt 6

Abgabe: 17. Mai 2012 im Raum 639

Aufgabe 21. Konstruieren Sie eine Folge $\phi_k \in \mathcal{D}(\mathbb{R})$ mit $\phi_k \rightarrow 0$ in $\mathcal{S}(\mathbb{R})$, aber $\phi_k \not\rightarrow 0$ in $\mathcal{D}(\mathbb{R})$.

Hinweis: Sei $\phi \in \mathcal{D}(\mathbb{R})$, $\phi \geq 0$, $\text{supp } \phi \subset [0, 1]$, $\int_{\mathbb{R}} \phi = 1$. Betrachte die Folge $\phi_k = e^{-\sqrt{k}} \phi(x - k)$.

Aufgabe 22. Werden durch die stetigen Funktionen $f(x) := e^x$ bzw. $g(x) := e^x \cos(e^x)$ temperierte Distributionen in $\mathcal{S}'(\mathbb{R})$ definiert?

Hinweis: Verwende die Folge aus der vorherigen Aufgabe.

Aufgabe 23. Berechnen Sie die Fourier-Transformierten der Funktionen $\sin x$ und $\cos x$ auf \mathbb{R} .

Aufgabe 24. Für eine ganze Funktion $f \in \mathcal{O}(\mathbb{C}^n)$ gelte eine Abschätzung $|f(z)| \leq C \langle z \rangle^m$ für ein $m \in \mathbb{N}_0$. Zeigen Sie, dass f ein Polynom vom Grad $\leq m$ ist.