TU Dortmund
Prof. Dr. Winfried Kaballo SoSem 2012

Distributionen und Differentialoperatoren
Blatt 10
Abgabe: 21. Juni 2012 im Raum 639

Aufgabe 37. a) Für eine Matrix $A \in \mathbb{M}_n(\mathbb{C})$ sei $E := H(x)e^{Ax} \in \mathcal{L}_1^{loc}(\mathbb{R}, \mathbb{M}_n(\mathbb{C}))$. Zeigen Sie $E' - AE = E' - EA = \delta I$.
b) Für $P(\frac{d}{dx}) = \sum_{j=0}^m a_j \frac{d^j}{dx^j}$ und $a_m \neq 0$ sei $g \in \mathcal{C}^\infty(\mathbb{R})$ die Lösung des Anfangswertproblems

$$P(\frac{d}{dx})g = 0,\ g^{(j)}(0) = 0 \text{ für } j = 0, ..., m-2,\ g^{(m-1)}(0) = \frac{1}{a_m}.$$

Zeigen Sie, dass $Hg \in \mathcal{L}_1^{\mathrm{loc}}(\mathbb{R})$ eine Fundamentallösung für $P(\frac{d}{dx})$ ist.

Aufgabe 38. Finden Sie Fundamentallösungen der Operatoren $\frac{\partial}{\partial x}$ und $\frac{\partial}{\partial y}$ in $\mathcal{D}'(\mathbb{R}^2)$.
Antwort: $H(x) \otimes \delta_y$.

Aufgabe 39. Beweisen Sie Satz 5.7.

Aufgabe 40. Zeigen Sie, dass die Operatoren $\frac{d}{dx} : \mathcal{E}(\mathbb{R}) \to \mathcal{E}(\mathbb{R})$, $\partial_\xi \partial_\tau : \mathcal{E}(\mathbb{R}^2) \to \mathcal{E}(\mathbb{R}^2)$ und $\partial_t^2 - c^2 \partial_x^2 : \mathcal{E}(\mathbb{R}^2) \to \mathcal{E}(\mathbb{R}^2)$ surjektiv sind und geben Sie stetige lineare Rechtsinverse an.