

Funktionalanalysis I

Blatt 9

Abgabe: 11. Dezember 2012, 14:00

Aufgabe 33 (1 Punkt).

Es sei H ein Hilbertraum. Zeigen Sie, dass eine Menge $M \subseteq H$ genau dann beschränkt ist, wenn $\sup \{ |\langle x, y \rangle| \mid y \in M \} < \infty$ für alle $x \in H$ gilt.

Aufgabe 34 (1 Punkt).

Es seien X, Y, Z Banachräume und $\beta : X \times Y \rightarrow Z$ eine *getrennt stetige bilineare* Abbildung. Zeigen Sie, dass β *stetig* ist. Wie lassen sich die Voraussetzungen abschwächen oder variieren?

Aufgabe 35 (1 Punkt).

Es seien X ein Banachraum und J ein *Linksideal* in $L(X)$, d.h. es gelte $J \cdot L(X) \subseteq J$. Unter einer Norm $\|\cdot\|_J$ mit $\|T\|_J \leq C \|T\|$ für $T \in J$ sei J ein Banachraum. Zeigen Sie, dass die Multiplikation von $J \times L(X)$ nach J *stetig* ist.

Aufgabe 36 (1 Punkt).

Folgern Sie Satz 8.8 aus dem Graphensatz 8.10.