

**Funktionalanalysis I**  
Blatt 9  
Abgabe: 11. Dezember 2012, 14:00

**Aufgabe 33** (1 Punkt).

Es sei  $H$  ein Hilbertraum. Zeigen Sie, dass eine Menge  $M \subseteq H$  genau dann beschränkt ist, wenn  $\sup \{|\langle x, y \rangle| \mid y \in M\} < \infty$  für alle  $x \in H$  gilt.

**Aufgabe 34** (1 Punkt).

Es seien  $X, Y, Z$  Banachräume und  $\beta : X \times Y \rightarrow Z$  eine *getrennt stetige bilineare* Abbildung. Zeigen Sie, dass  $\beta$  *stetig* ist. Wie lassen sich die Voraussetzungen abschwächen oder variieren?

**Aufgabe 35** (1 Punkt).

Es seien  $X$  ein Banachraum und  $J$  ein *Linksideal* in  $L(X)$ , d.h. es gelte  $J \cdot L(X) \subseteq J$ . Unter einer Norm  $\| \cdot \|_J$  mit  $\|T\|_J \leq C\|T\|$  für  $T \in J$  sei  $J$  ein Banachraum. Zeigen Sie, dass die Multiplikation von  $J \times L(X)$  nach  $J$  *stetig* ist.

**Aufgabe 36** (1 Punkt).

Folgern Sie Satz 8.8 aus dem Graphensatz 8.10.