

**Funktionalanalysis I**

Blatt 11

Abgabe: 8. Januar 2013, 14:00

**Aufgabe 41** (1 Punkt).

(i) Definieren Sie analog zu (??) eine Isometrie von  $\ell_1$  in  $c'_0$  und beweisen Sie deren Surjektivität. Es gilt also  $c'_0 \cong \ell_1$ .

(ii) Zeigen Sie, dass die Räume  $c'$  und  $\ell_1$  isometrisch sind.

Hinweis: Imitieren Sie Formel (17) unter Berücksichtigung des Grenzwerts.

**Aufgabe 42** (1 Punkt).

Es sei  $X$  ein Banachraum. Zeigen Sie, dass  $\iota_{X'}(X')$  in  $X'''$  komplementiert ist. Ist auch  $\iota_X(X)$  stets in  $X''$  komplementiert?

**Aufgabe 43** (1 Punkt).

Zeigen Sie, dass der Raum der geraden stetigen Funktionen in  $\mathcal{C}[-1, 1]$  komplementiert ist.

**Aufgabe 44** (1 Punkt).

a) Es seien  $\pi \in L(Y, Q)$  eine Surjektion zwischen Banachräumen,  $I$  eine Indexmenge und  $T_0 \in L(\ell_1(I), Q)$ . Konstruieren Sie ein *Lifting* von  $T_0$ , d. h. einen Operator  $T \in L(\ell_1(I), Y)$  mit  $T_0 = \pi T$ .

Hinweis: Liften Sie die Einheitsvektoren!

b) Zeigen Sie, dass jede Surjektion  $\pi \in L(Y, \ell_1(I))$  eine stetige lineare Rechtsinverse besitzt.