TU Dortmund WS 2012/13
Prof. Dr. Winfried Kaballo
Dr. Martin Heida

Funktionalanalysis II
Blatt 1
Abgabe: 23. April 2013, 12:00

Aufgabe 1 (1 Punkt)**.** Konstruieren Sie auf den Fréchetäumen $C^\infty[a,b]$ und $\mathcal{H}(\Omega)$, $\Omega \subset \mathbb{C}$ offen, Fundamentalsysteme von Normen, die durch Skalarprodukte induziert werden.

Aufgabe 2 (1 Punkt)**.**
a) Verifizieren Sie die Aussage $\mathcal{A}(\overline{D}) = \mathcal{R}(\overline{D}) = \mathcal{P}(\overline{D})$ für den Fall des Einheitskreises.
b) Zeigen Sie $\mathcal{R}(S^1) = \mathcal{A}(S^1) = \mathcal{C}(S^1)$ für den Fall der Kreislinie.

Aufgabe 3 (1 Punkt)**.**
Auf einem Banachraum $\mathcal{A}$ sei eine Algebra-Struktur (mit Eins) gegeben, sodass die Multiplikation getrennt stetig ist. Konstruieren Sie eine äquivalente Norm auf $\mathcal{A}$, unter der $\mathcal{A}$ Banachalgebra und zu einer Unteralgebra von $L(\mathcal{A})$ isometrisch isomorph ist.

Aufgabe 4 (1 Punkt)**.**
a) Es seien X ein Banachraum und $J \neq \{0\}$ ein zweiseitiges Ideal in $L(X)$. Zeigen Sie $\mathcal{F}(X) \subseteq J$.
b) Schlieáen Sie, dass die Banachalgebra $L(X)$ im Fall $\dim X < \infty$ einfach ist.