

Funktionalanalysis II

Blatt 9

Abgabe: 18. Juni 2013, 14:00

Aufgabe 33 (1 Punkt).

Es seien $\tilde{\Psi} : \mathcal{B}_b(K) \rightarrow L(H)$ eine $*$ -Darstellung wie in Theorem 15.20. Zeigen Sie:
Für Funktionen $g_n, g \in \mathcal{B}_b(K)$ mit $g_n \rightarrow g$ punktweise und $\sup_n \|g_n\| < \infty$ gilt $\tilde{\Psi}(g_n) \rightarrow \tilde{\Psi}(g)$ in $L_\sigma(H)$.

Aufgabe 34 (1 Punkt).

Es seien H ein Hilbertraum und $A = A^* \in L(H)$.

- a) Konstruieren Sie einen Funktionalkalkül für A und *halbstetige* Funktionen.
- b) Definieren Sie die Spektralschar von A und beweisen Sie den Spektralsatz (46).

Aufgabe 35 (1 Punkt).

Es seien H ein Hilbertraum, $A = A^* \in L(H)$ und $\mu \in \mathbb{R}$ ein isolierter Punkt von $\sigma(A)$. Zeigen Sie, dass die Spektralprojektion P_μ aus (14.33) mit $E\{\mu\}$ übereinstimmt und dass die Resolvente einen Pol erster Ordnung in μ hat.

Aufgabe 36 (1 Punkt).

Bestimmen Sie die Teilmengen $\sigma_p(S_\pm)$, $\sigma_{co}(S_\pm)$ und $\sigma_r(S_\pm)$ der Spektren der Shift-Operatoren S_+ und S_- (vgl. S. 345 im Skript).