TU Dortmund
Prof. Dr. Winfried Kaballo
Dr. Martin Heida

WS 2012/13

Funktionalanalysis II

Blatt 11

Abgabe: 2. Juli 2013, 14:00

Aufgabe 41 (1 Punkt)**.**
a) Es sei T ein linearer Operator in einem Banachraum X mit $\rho(T) \neq \emptyset$. Zeigen Sie, dass T abgeschlossen ist.
b) Es sei A ein symmetrischer Operator in einem Hilbertraum H. Zeigen Sie, dass A genau dann einen abgeschlossenen Graphen besitzt, wenn $R(iI - A)$ abeschlossen ist.

Aufgabe 42 (1 Punkt)**.**
Es sei A ein injektiver Operator in einem Hilbertraum H mit $\overline{D(A)} = H$. Zeigen Sie, dass A genau dann selbstadjungiert ist, wenn dies auf A^{-1} zutrifft.

Aufgabe 43 (1 Punkt)**.**
Es seien H, G Hilberträume und T ein Operator von H nach G mit $\overline{D(T)} = H$.
a) Es gelte $D(T^*) = G$. Zeigen Sie, dass T^* und T stetig sind.
b) Nun sei zusätzlich T abeschlossen. Zeigen Sie $D(T) = H$.

Aufgabe 44 (1 Punkt)**.**
Es seien Σ, Σ' σ-Algebren in den Mengen Ω,Ω', $h : \Omega \to \Omega'$ eine (Σ, Σ')-messbare Abbildung und $E : \Sigma \to L(H)$ ein Spektralmaß. Zeigen Sie, dass durch $E'(\delta') := E(h^{-1}(\delta'))$ für $\delta' \in \Sigma'$ ein Spektralmaß auf Σ' definiert wird.