Übungsblatt 6 14.05.2014

Übungen zur Vorlesung

Analysis II

Sommersemester 2014

Prof. Dr. B. Schweizer Dr. M. Heida

1) Partielle Ableitungen. (4P)

Untersuchen Sie, in welchen Punkten $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\,, \qquad f(x, y) := y^2\sqrt{2x^2 + y^2}$$

partiell differenzierbar ist und berechnen Sie dort die partiellen Ableitungen.

2) Zylinder- und Kugelkoordinaten. (2P je Teilaufgabe)

Veranschaulichen Sie folgende Funktionen und berechnen Sie jeweils die Funktionalmatrix.

(a) $f : \mathbb{R}_+ \times [0, 2\pi] \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3,\ (r, \varphi, z) \mapsto (x, y, z) = (r\cos\varphi, r\sin\varphi, z)$

(b) $f : \mathbb{R}_+ \times [0, 2\pi] \times [0, \pi] \to \mathbb{R}^3,\ (r, \varphi, \theta) \mapsto (r\cos\varphi\sin\theta, r\sin\varphi\sin\theta, r\cos\theta)$

3) Partielle Differenzierbarkeit und gleichmäßige Stetigkeit. (4P)

Sei $f : (a, b) \times (a, b) \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ partiell differenzierbar mit beschränkten partiellen Ableitungen $\frac{\partial f}{\partial x}$ und $\frac{\partial f}{\partial y}$. Zeigen Sie, dass f gleichmässig stetig ist auf $(a, b) \times (a, b)$.

4) Totale Differenzierbarkeit. (4P)

Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x, y) := \begin{cases} \dfrac{x^3}{x^2 + y^2}, & \text{für } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & \text{für } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Zeigen Sie, dass f in $(0, 0)$ stetig und partiell differenzierbar, aber nicht total differenzierbar ist.

Abgabe am 21.05.2014 um 10:00 in den Briefkästen im Foyer des Audimax.

Aktuelle Übungsblätter finden Sie auf der Homepage.