Übungsblatt 9 4.06.2014

Übungen zur Vorlesung

Analysis II

Sommersemester 2014

Prof. Dr. B. Schweizer Dr. M. Heida

1) Ein abschreckendes Beispiel. (4P)

Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x,y) = 2x^2 - 3xy^2 + y^4$. Zeigen Sie, dass f auf allen Geraden durch $(0,0)$ ein Minimum in $(0,0)$ besitzt, $(0,0)$ aber kein lokales Minimum von f ist.

2) Taylorentwicklung mit Abschätzung. (4P)

Bestimmen Sie das Taylor-Polynom erster Ordnung von $f(x,y) := \sqrt{x^2+y^2}$ an der Stelle $(3,4)$ und schätzen Sie das Restglied innerhalb der Kugel $B_{\frac{1}{10}}((3,4))$ ab.

3) Methode der kleinsten Quadrate. (4P)

Bestimmen Sie zu n vorgegebenen Punkten $(x_i, y_i) \in \mathbb{R}^2$, $x_i \neq x_j$ für $i \neq j$, diejenige Gerade $y = ax + b$, für die die Summe

$$f(a,b) = \sum_{i=1}^{n} (y_i - (ax_i + b))^2$$

minimal wird.

4) Implizite Funktionen. (2P je Teilaufgabe)

(a) Zeigen Sie, dass die Gleichung

$$\cos(xy) - e^{x-y} + 2e^z = 0$$

in einer Umgebung des Punktes $(\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi}, 0)$ in der Form $z = g(x,y)$ eindeutig auflösbar ist.

(b) Bestimmen Sie die Richtungsableitung von g an der Stelle $(\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi})$ in Richtung des Vektors $v = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$.

Abgabe am 11.06.2014 um 10:00 in den Briefkästen im Foyer des Audimax.

Aktuelle Übungsblätter finden Sie auf der Homepage.