Übungsblatt 12 25.06.2014

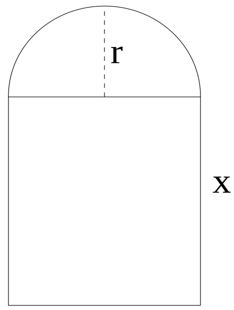
Übungen zur Vorlesung

Analysis II

Sommersemester 2014

Prof. Dr. B. Schweizer Dr. M. Heida

1) Rundbogenfenster. (4P)



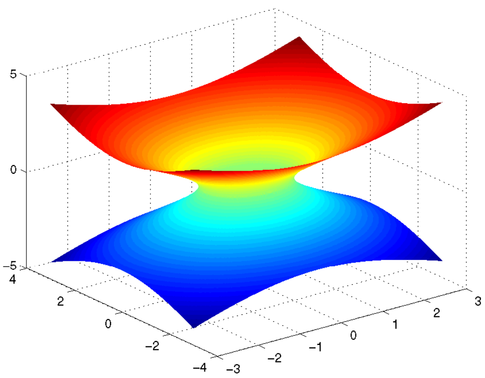
Wie müssen der Radius r des Halbkreises und die Höhe x des Rechtecks gewählt werden, damit die Fläche des Fensters bei gegebenem Umfang U maximal wird?

2) Extrema mit Nebenbedingungen. (4P)

Es seien

$$S := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,|\, x^2 + y^2 = 1, y + z = 1\}$$

und $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, $f(x, y, z) := x + 2y + z$. Bestimmen Sie für einen beliebigen Punkt $a = (x_a, y_a, z_a) \in S$ die Räume T_aS und N_aS. Berechnen Sie weiterhin das Minimum der Funktion f auf der Menge S.



3) Abstand eines Punktes von einer Fläche. (4P)

Bestimmen Sie bezüglich der euklidischen Metrik den Abstand $dist((1, -1, 0), H)$ des Punktes $(1, -1, 0)$ von dem Rotationshyperboloid

$$H := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,|\, x^2 + y^2 - z^2 = 1\}$$

und geben Sie den Punkt $(x_0, y_0, z_0) \in H$ an, in dem dieser Abstand angenommen wird.

4) Parameterabhängige Integrale. (4P)

Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{xy^3}{(x^2+y^2)^2}, & \text{für } (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & \text{für } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Für $y \in \mathbb{R}$ betrachten wir die Funktionen

$$g(y) := \int_0^1 f(x,y)dx \quad \text{und} \quad h(y) := \int_0^1 \partial_y f(x,y)dx.$$

Zeigen Sie, dass $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ differenzierbar ist, aber $g'(0) \neq h(0)$ ist.

Abgabe am 2.07.2014 um 10:00 in den Briefkästen im Foyer des Audimax.

Aktuelle Übungsblätter finden Sie auf der Homepage.