

Übungen zur Vorlesung
Analysis II
Sommersemester 2014

Prof. Dr. B. Schweizer

Dr. M. Heida

1) Trennung der Variablen. (2P je Teilaufgabe)

Bestimmen Sie eine Lösung der folgenden gewöhnlichen Differentialgleichungen:

(a) $y' = \frac{2y}{t}$, $y(t_0) = y_0$; (b) $y' = e^y \cos t$, $y(0) = y_0$;

(c) $y' = \frac{1}{y} \sqrt{1 - y^2}$, $y(0) = y_0$.

2) Substitution. (2P je Teilaufgabe)

Bestimmen Sie eine Lösung der folgenden Differentialgleichungen:

(a) $y' = (x + y)^2$, (b) $y' + y + (\sin t + e^t)y^3 = 0$, ($y > 0$).

Verwenden Sie für (a) die Substitution $z = x + y$ und für (b) $z = \frac{1}{y^2}$.

3) Picard-Lindelöfsches Iterationsverfahren.

Berechnen Sie die Lösung $y = (y_1, y_2)$ des Differentialgleichungssystems

$$\begin{aligned} y_1' &= -y_2, \\ y_2' &= y_1 \end{aligned}$$

mit der Anfangsbedingung $y(0) = (1, 0)$. Zeigen Sie zunächst, dass die rechte Seite eine Lipschitz-Bedingung erfüllt und berechnen Sie dann die Lösung mit Hilfe des Iterationsverfahrens von Picard-Lindelöf.

4) Radioaktiver Zerfall.

Ein radioaktives Nuklid N zerfällt nach dem Gesetz

$$-N'(t) = \lambda N(t),$$

wobei $\lambda > 0$ die Zerfallskonstante und $N(t)$ die Anzahl der Atome zur Zeit t ist. Ein Zerfallsprodukt M sei wieder radioaktiv mit der Zerfallskonstanten $\mu > 0$, $\mu \neq \lambda$. Dann gilt für $M(t)$ die Differentialgleichung

$$M'(t) = \lambda N(t) - \mu M(t).$$

Bestimmen Sie $M(t)$.

Abgabe am 16.07.2014 um 10:00 in den Briefkästen im Foyer des Audimax.

Aktuelle Übungsblätter finden Sie auf der Homepage.