technische universität dortmund

fakultät für mathematik

Prof. Dr. B. Schweizer
M. Urban

Wintersemester 2016/17
15.12.2016

Kontinuumsmechanik

Blatt 9

Abgabe am Montag, den 09.01.2017, in der Vorlesung

Aufgabe 1 (Zur α-Abschätzung, (27.62) im Buch).

Sei X ein Banachraum und $R\colon X \to \mathbb{R}$ ein konvexes Funktional. Weiterhin sei $q\colon X \times X \to \mathbb{R}$ eine koerzive, symmetrische Bilinearform mit Koerzivitätskonstante $\alpha > 0$. Wir definieren $Q, I\colon X \to \mathbb{R}$ durch $Q(u) := q(u,u)$ und $I(u) := Q(u) + R(u)$.

i) Zeigen Sie, dass I eine streng 1/2-konvexe Funktion ist, d.h es gilt die Abschätzung:

$$I\left(\frac{1}{2}u + \frac{1}{2}v\right) \le \frac{1}{2}I(u) + \frac{1}{2}I(v) - \frac{\alpha}{4}\|u - v\|^2 \quad \text{für alle } u, v \in X\,.$$

ii) Sei $u_0 \in X$ ein Minimum von I, d.h. $I(u_0) \le I(v)$ für alle $v \in X$. Folgern Sie aus i), dass

$$\frac{\alpha}{2}\|u - u_0\|^2 \le I(u) - I(u_0) \quad \text{für alle } u \in X\,.$$

Aufgabe 2 (Plastizität mit zeitabhängiger Randbedingung).

Stellen Sie eine Energiegleichung analog zu Gleichung (27.29) in [Buch] für den Fall auf, dass die Randwerte $U_0(x,t)$ auch von dem Zeitparameter t abhängen. Leiten Sie unter geeigneten Regularitätsannahmen an U_0 eine zugehörige a priori Abschätzung her.