

Kontinuumsmechanik

Blatt 10

Abgabe am Montag, den 16.01.2017, in der Vorlesung

Aufgabe 1 (Hydrostatik).

Wird die Gravitationskraft in die Strömungsgleichungen einbezogen, so muss auf der rechten Seite der Gleichungen (22.1), (22.2) beziehungsweise (22.3) in [Buch] die Volumenkraft $f = -ge_n$ addiert werden; dabei ist $g \in \mathbb{R}$ die Erdbeschleunigungskonstante und e_n der Einheitsvektor in die n -te Koordinatenrichtung. Führen Sie eine neue Druckfunktion $\tilde{p}(x, t) := p(x, t) + gx_n$ ein und schreiben Sie die Gleichungen mit Gravitationsterm mit der neuen Druckvariablen.

Überlegen Sie sich im Falle $v \equiv 0$ (Hydrostatik) für die durch $\nabla \tilde{p} = 0$ gegebenen Druckverteilungen p die grundsätzliche Funktionsweise eines Vakuumbarometers und einer hydraulischen Presse. Siehe Abbildung 1.

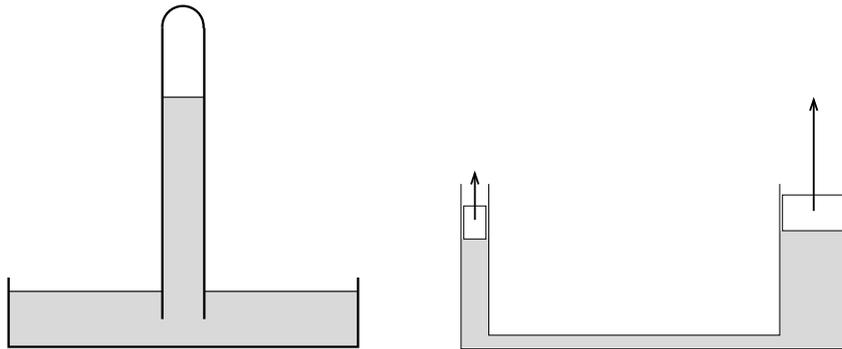


Abbildung 1: Links: Skizze zur Funktionsweise eines Barometers. Im Gefäß ist oberhalb des Fluids Vakuum. Rechts: Skizze einer hydraulischen Presse.

Aufgabe 2 (Wirbelstärkengleichung).

Leiten Sie die Evolutionsgleichung (22.20) in [Buch] für die Wirbelstärke in drei Dimensionen ab.

Aufgabe 3 (Punktwirbel).

Zeigen Sie, dass das Geschwindigkeitsfeld aus (22.17) in [Buch] eine Wirbelstärke $\omega = \tilde{\alpha}\delta_0$ hat. Verwenden Sie dabei, dass die Geschwindigkeit geschrieben werden kann als $v(x) = \nabla^\perp \Phi(x)$ mit $\Phi(x) \sim \log(|x|) = \frac{1}{2} \log(|x|^2)$, also mit Hilfe des Newton-Potentials.