Brownsche Bewegung, SoSe 2017 | Prof. Dr. I. Veselić
Dr. C. Schumacher

Hausaufgabe 7
Abgabe am 15.6.2017

Aufgabe 1. Führen Sie die Beweise zu folgenden Aussagen aus der Vorlesung aus.

(a) Ist $(X_t)_{t\geqslant 0}$ eine standardisierte Brownsche Bewegung, so ist $(Y_t)_{t\in[0,1]}$ mit

$$Y_t = \begin{cases} (1-t)X_{\frac{t}{1-t}} & (t \in [0,1)) \\ 0 & (t=1) \end{cases}$$

eine standardisierte Brownsche Brücke. (Die Stetigkeit in $t = 1$ dürfen Sie auslassen.)

(b) Ist $(Y_t)_{t\in[0,1]}$ eine standardisierte Brownsche Brücke, so ist $((1+t)Y_{\frac{1}{1+t}})_{t\in\mathbb{R}_+}$ eine standardisierte Brownsche Bewegung.

(c) Ist $(Y_t)_{t\in[0,1]}$ eine standardisierte Brownsche Brücke, so auch $(Y_{1-t})_{t\in[0,1]}$.

Aufgabe 2. Rechnen Sie nach: Jeder Markovkern von $(E_1, \mathcal{B}_1)$ nach $(E_2, \mathcal{B}_2)$ definiert durch

$$(kf)(x) = \int_{E_2} k(x, dy) f(y)$$

einen stetigen linearen Operator von B_2^b nach B_1^b, wobei B_i^b der Raum der messbaren und beschränkten Funktionen von E_i nach $\mathbb{R}$ mit der Supremumsnorm ist, $i \in \{1, 2\}$.