

# Konzentrationsungleichungen

## Übungsblatt 4

TU Dortmund, Sommersemester 2017

Prof. Dr. Ivan Veselić, Matthias Täufer

Erinnerungen:

- Für  $\nu > 0$  heißt eine zentrierte Zufallsvariable  $X$  *subgaußsch mit Varianzfaktor  $\nu$*  (kurz:  $X \in \mathcal{G}(\nu)$ ), wenn  $\psi_X(\lambda) = \ln \mathbb{E}(\exp(\lambda X)) \leq \frac{\lambda^2 \nu}{2}$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$ .
- Eine Zufallsvariable heißt *exponentialverteilt mit Parameter  $a > 0$* , wenn ihre Verteilung die Dichte  $a \cdot e^{-ax}$ ,  $x \geq 0$ , hat.
- Eine Zufallsvariable heißt *gammaverteilt mit Parametern  $a, b \geq 0$* , wenn ihre Verteilung die Dichte  $\frac{x^{a-1} e^{-x/b}}{\Gamma(a) b^a}$ ,  $x \geq 0$ , hat.

**Übung 7** (4 Punkte). *Zeigen Sie:*

- Ist  $X \in \mathcal{G}(\nu)$  zentriert und  $\lambda \in \mathbb{R}$ , so folgt  $\mathbb{E}(e^{\lambda X}) \geq 1$ .*
- Ist  $X \in \mathcal{G}(\nu)$ , so ist  $\text{Var}(X) \leq \nu$ .*

**Übung 8** (4 Punkte). *i) Finden Sie  $\nu > 0$  und ein zentriertes  $X \in \mathcal{G}(\nu)$ , so dass  $\text{Var}(X) = \nu$ .*

*ii) Finden Sie  $\tilde{\nu} > 0$  und ein zentriertes  $Y \in \mathcal{G}(\tilde{\nu})$ , so dass  $\text{Var}(Y) < \tilde{\nu}$ .*

*iii) Sei  $Y_a$  exponentialverteilt mit Parameter  $a$ . Kann  $Y - \mathbb{E}[Y]$  subgaußsch sein?*

*iv) Sei  $Y_{a,b}$  gammaverteilt mit Parametern  $a, b$ . Kann  $Y - \mathbb{E}[Y]$  subgaußsch sein?*

*Abgabe und Besprechung am 16.05.2017 in der Übung.*