Perkolationstheorie

Übungsblatt 4

TU Dortmund, Sommersemester 2018

Prof. Dr. Ivan Veselić

Dr. Christoph Schumacher

M. Sc. Matthias Täufer

Übung 11. *a) Wir betrachten das Quadrat $\Lambda_L = [-L, L]^2 \cap \mathbb{Z}^d$. Zeigen Sie: Wenn es in Λ_L einen aktiven Pfad gibt, der den linken mit dem rechten Rand von Λ_L verbindet, dann gibt es auch eine eindeutige niedrigste Verbindung.*
Möglicher Tipp: Betrachten Sie den dualen Graphen.

b) In der Übung wurden zufällige Realisierungen von Perkolationsgraphen ausgeteilt.

- *Stellen Sie für die Realisierung auf Ihrem Blatt fest, ob die Ereignisse L^-, und N^+ eintreten.*
- *Falls eine links-rechts-Verbindung in Λ_L existiert: Finden Sie die niedrigste Verbindung γ und markieren Sie γ, γ_r sowie γ_r'.*
- *Falls eine niedrigste links-rechts-Verbindung γ existiert: stellen Sie fest, ob M_γ^- eintritt.*

Übung 12. *Beweisen Sie Aussage b) und c) aus den Rousseau-Ungleichungen: Bezeichne $R_L(p)$ die Wahrscheinlichkeit für die Existenz einer links-rechts Verbindung aus aktiven Kanten in $\Lambda_L = [-L, L]^2$ und $R_{L,n}(p)$ die Wahrscheinlichkeit für die Existenz einer solchen Verbindung in $[-nL, nL] \times [-L, L]$ bei Perkolationsparameter p. Zeigen Sie dann:*

- $R_{L,2}(p) \geq (R_{L,\frac{3}{2}}(p))^2 \cdot R_L(p)$,
- $R_{L,3}(p) \geq (R_{L,2}(p))^2 \cdot R_L(p)$.

Abgabe am 30.05.2018 in der Übung.