An dem Proseminar können maximal 15 Studierende mit eigenem Vortrag teilnehmen.

Alle nachfolgenden Literaturangaben beziehen sich auf [1]. Weitere Nachschlagewerke: [2] für Differentialgleichungen und [3] für Fourier-Analyse.

Vortrag 1 (Definitionen und Beispiele)**.** In diesem Vortrag sollen verschiedene Typen von gewöhlichen Differentialgleichungen eingeführt und durch Beispiele erläutert werden. Der zu bearbeitende Abschnitt ist relativ kurz, sodass mehr Zeit zur Diskussion gegeben wird.
Literatur: Beispiel 5.1 – Beispiel 5.10

Vortrag 2 (Existenz und Eindeutigkeit von Lösungen)**.** Es wird die Existenz von Lösungen und deren Eindeutigkeit untersucht.

(i) Die Ergebnisse dieses Abschnittes sind bereits aus der Analysis II bekannt und werden durch einige Beispiele für die Anwendung der Lipschitz-Bedingung illustriert.

(ii) Der Satz von Peano wird an der Tafel bewiesen und der Beweis des Satzes von Picard-Lindelöf auf dem Handout angegeben.

Desweiteren soll kurz auf den Potenzreihenansatz eingegangen werden.
Literatur: Definition 5.2 – Satz 5.2 einschl. Bemerkung

Vortrag 3 (Separationsverfahren)**.** Dieser Abschnitt beschäftigt sich mit dem Ansatz vom Typ der rechten Seite sowie mit dem Separationsverfahren für nicht-lineare Differentialgleichungen erster Ordnung.
Literatur: 5.2.1.3 – Beispiel 5.25

Vortrag 4 (Substitution)**.** Das Substitutionsverfahren wird eingeführt und u.a. für die Untersuchung der Bernoulli- und der Ricatti-Differentialgleichung eingesetzt.
Literatur: Beispiel 5.26 – Beispiel 5.32

Vortrag 5 (Exakte Differentialgleichungen)**.** Der Vortrag behandelt exakte Differentialgleichungen und Lösungsmethoden für diesen Typ.
Literatur: 5.2.2.6 – Beispiel 5.35

Vortrag 6 (Systeme von Differentialgleichung)**.** Dieser Vortrag soll lineare Differentialgleichungssysteme einführen. Der Abschnitt ist ebenfalls recht kurz, sodass auch hier einige selbstgewählte Beispiele zur Illustration herangezogen werden sollten.
Literatur: 5.3 – Folgerung 5.1

Vortrag 7 (Lösung von Differentialgleichungssystemen)**.** Für die im vorhergegangenen Vortrag eingeführten lineare Differentialgleichungssysteme werden Lösungsmethoden entwickelt.

Literatur: Lemma 5.2 – Beispiel 5.42

Vortrag 8 (Reduktion)**.** Dieser Vortrag betrachtet lineare Differentialgleichung höherer Ordnung und Lösungsmethoden hierfür. Dabei werden die Ergebnisse der beiden vorangegangenen Vorträge benutzt.

Literatur: 5.4 – Beispiel 5.47 und evtl. 5.4.3.1

Vortrag 9 (Von der Wellengleichung zur Fourier-Analyse)**.** Der Vortrag dient als Verknüpfung des Abschnitts über Differentialgleichungen mit dem Abschnitt über Fourier-Analyse. Dabei ist anhand des Beispiels der schwingenden Saite der Begriff der Fourier-Reihe zu motivieren.

Literatur: 5.4.4 – Definition 6.1

Vortrag A (Fourierkoeffizienten und Orthogonalität)**.** Die Fourier-Koeffizienten einiger Funktionen werden bestimmt und zwei verschiedene Darstellungsformen der Fourier-Reihe betrachten. Ferner soll kurz auf den Zusammenhang zum Begriff der Orthogonalität eingegangen werden.

Literatur: Beispiel 6.1 – 6.1.3.3

Vortrag B (Faltung)**.** Der zentrale Begriff der Faltung von Funktionen wird definiert und die Verbindung zur Fourier-Analyse wird untersucht. Hierbei sind zwei Beweise zu führen.

Literatur: 6.1.4 – Satz 6.1

Vortrag C (Faltungskerne)**.** Die im letzten Vortrag eingeführte Faltung zweier Funktionen wird genutzt um Fourier-Reihen mit Hilfe des Dirichlet-Kerns darzustellen. Au??erdem soll der Fejér-Kern definiert werden und der Zusammenhang zwischen beiden Kernen erläutert werden (Mittel konvergieren besser).

Literatur: Ende des Beweises zu Satz 6.1 - Lemma 6.2 ohne Konvergenz von Fourier-Reihen

Vortrag D (Konvergenz von Fourier-Reihen und das Gibbs-Phänomen)**.** Ausgehend vom Lemma von Riemann-Lebesgue soll die Problematik der Konvergenz von Fourier-Reihen mit dem Gibbs-Phänomen erläutert werden.

Literatur: 6.1.5, Satz 6.5 und 6.1.6

Vortrag E (Fourier-Transformation)**.** Einige der Ergebnisse für Fourier-Reihen werden im Kontext der Fourier-Transformationen wiederholt.

Literatur: 6.2 – 6.2.3

Vortrag F (Die Poisson-Summationsformel)**.** Weitere Eigenschaften der Fourier-Transformation werden bewiesen und auf den Zusammenhang zwischen Fourier-Koeffizienten und Fourier-Transformationen wird eingegangen. Hierbei soll insbesondere die Poisson-Summationsformel Beachtung finden.

Literatur: 6.2.3 – 6.2.5

Literatur

[1] *S. Goebbels* and *S. Ritter*, Mathematik verstehen und anwenden – von den Grundlagen bis zu Fourier-Reihen und Laplace-Transformation. 3rd revised and enlarged edition. Berlin: Springer Spektrum (2018; Zbl 1395.00005)

[2] *H. Heuser*, Gewöhnliche Differentialgleichungen. Einführung in Lehre und Gebrauch. 6th updated ed. Wiesbaden: Vieweg+Teubner (2009; Zbl 1176.34001)

[3] *Y. Katznelson*, An introduction to harmonic analysis. 3rd ed. Cambridge: Cambridge University Press (2004; Zbl 1055.43001)