Konzentrationsungleichungen, Teil II

Übungsblatt 14

TU Dortmund, Wintersemester 2017/18

Prof. Dr. Ivan Veselić

Übung 27 (4 Punkte)**.** *Seien $X_1, \ldots, X_n$ diskrete Zufallsvariablen und bezeichnen P und Q zwei verschiedene gemeinsame Verteilungen für $X_1, \ldots, X_n$. Für $i \in \{1, \ldots, n\}$ bezeichnen*

- *$P_{1:i}$ die Randdichte des Vektors $(X_1, \ldots, X_i)$ unter P*
- *$P_{X_i|1\ldots i-1}$ die bedingte Dichte von X_i bezüglich $X_1, \ldots, X_{i-1}$ unter P*

und analog $Q_{1:i}$ und $Q_{X_i|1\ldots i-1}$ die entsprechenden Ausdrücke unter Q.
Zeigen Sie, dass für die Kulback-Leibler-Divergenz von P unter Q, definiert durch

$$D(P\|Q) := \sum_{x, p(x)>0} p(x) \ln\left(\frac{p(x)}{q(x)}\right)$$

gilt:

$$D(P\|Q) = \sum_{i=1}^{n} \mathbb{E}_{P_{1:i-1}}\left[D\left(P_{X_i|1\ldots i-1} \| Q_{X_i|1\ldots i-1}\right)\right].$$

Übung 28 (4 Punkte)**.** *Erinnerung: für eine diskrete Zufallsvariable X war die Entropie definiert worden als*

$$H(X) := -\sum_{x, p(x)>0} p(x) \ln p(x).$$

Eine analoge Definition gilt für stetige Zufallsvariablen.
Geben Sie diese Definition für stetige Zufallsvariablen an und berechnen Sie $H(X)$ für ein standardnormalverteiltes X.

Abgabe und Besprechung am 17.10.2017 in der Übung.