

Perkolationstheorie

Übungsblatt 0

Christoph Schumacher, Ivan Veselić

Aufgabe 0.1. Wiederholen und klären Sie Zylindermenge, erzeuge σ -Algebra, Eindeigkeitssatz für Maße, Produktmaß, terminale σ -Algebra und das 0-1-Gesetz von Kolmogorov.

Aufgabe 0.2. Ein *Gittertierchen* (lattice animal) ist definiert als ein Cluster, der die 0 enthält. Zu jedem Gittertierchen A sind die Mengen $A_v \sqsubset \mathbb{Z}^d$ der an A beteiligten Knoten, die Menge

$$A_e = \{e = (u, v) \mid e \text{ aktiv und } u, v \in A_v\}$$

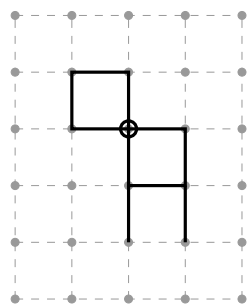
der an A beteiligten Kanten und der Kantenrand

$$\Delta A = \{e = (u, v) \mid e \text{ inaktiv und } u \in A_v\}$$

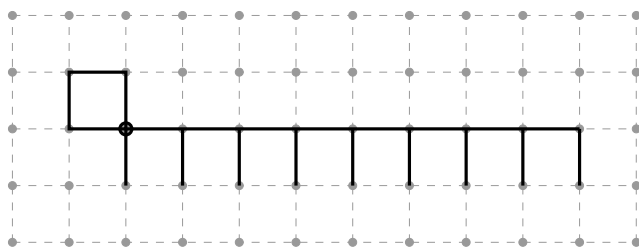
von A definiert.

Auf Seite 2 finden Sie mehrere Beispiele von Gittertierchen. Der Nullpunkt ist jeweils durch einen kleinen Kreis gekennzeichnet.

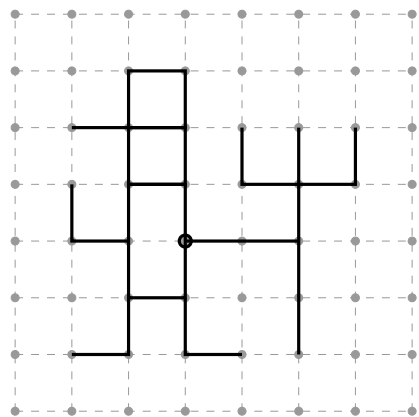
- Geben Sie jeweils die Größen $\#A_v$, $\#A_e$ und $\#\Delta A$ sowie die Wahrscheinlichkeit (bei Perkolationaparameter $p \in [0, 1]$) dafür an, dass der Nullcluster dem jeweils abgebildeten Gittertierchen entspricht.
- Es gibt bei diesen vier Gittertierchen eine eindeutige Reihenfolge der Wahrscheinlichkeiten ihres Auftretens, die für alle $p \in [0, 1]$ gilt. Finden Sie diese Reihenfolge.
- Geben Sie zwei Gittertierchen an, die bei unterschiedlichen Werten von p eine verschiedene Reihenfolge der Auftrittswahrscheinlichkeiten haben.



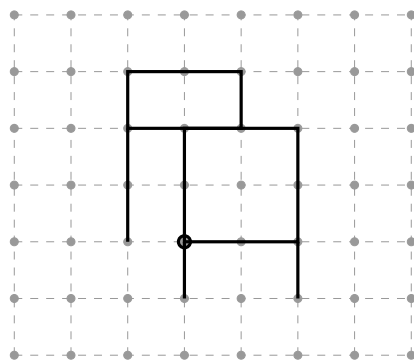
(Gallus gallus domesticus)



(Ommatoiulus sabulosus)



(Homo sapiens, agricola)



(Elephas maximus)

Abbildung 1: Gittertierchen zu Übung 0.2