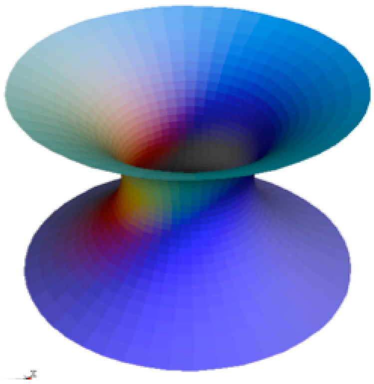
Minimalflächen

Verformt man eine Fläche im dreidimensionalen Raum, so ändert sich ihr Flächeninhalt. Kann durch eine relativ kleine Verformung der Flächeninhalt stark verändert werden, so spricht man von einer *hohen Flächenspannung*. Betrachtet man beispielsweise eine Sphäre, d.h. die Oberfläche einer Kugel, so verringert sich der Flächeninhalt bei Verkleinerung des Radius relativ stark; daher hat die Sphäre eine relativ hohe Flächenspannung.

Von besonderem Interesse sind in vielen Anwendungen *spannungsfreie Flächen*, die in der Mathematik als *Minimalflächen* bezeichnet werden. Zieht man einen geschlossenen Draht durch Seifenlauge, so bildet sich ein Film, dessen Flächeninhalt minimal ist (natürlich unter der Voraussetzung, dass der Film von dem Drahtring berandet wird) und der daher eine solche Minimalfläche darstellt. Verwendet man beispielsweise zwei kreisförmige Drahtringe, so bildet sich zwischen ihnen als Seifenhaut das *Katenoid*.



Beim Eintauchen von zwei kreisförmigen Ringen in Seifenlauge bildet sich als Seifenhaut das ***Katenoid****.*

Kühltürme des Kraftwerks Gelsenkirchen-Scholven. Um die Flächenspannung zu minimieren, werden Kühltürme meist in Form (der unteren Hälfte) eines) Katenoids gebaut.

Als *Plateau*[1]*-Problem* bezeichnet man in der Mathematik die Frage, ob es für jede geschlossene Kurve (= Drahtring) stets eine von diesem berandete Minimalfläche (= Seifenhaut) gibt. Für viele Spezialfälle ist die Existenz einer solchen Fläche gesichert. Dies geht auf Arbeiten von *Jesse Douglas*[2] zurück, der für diesen Beweis 1936 mit der Fields-Madaille, dem Pendant des Nobelpreises in der Mathematik, ausgezeichnet wurde. Die explizite Konstruktion von Minimalflächen bei gegebener Randkurve ist allerdings ein schwieriges Problem an der Schnittstelle der Differentialgeometrie und der geometrischen Analysis.

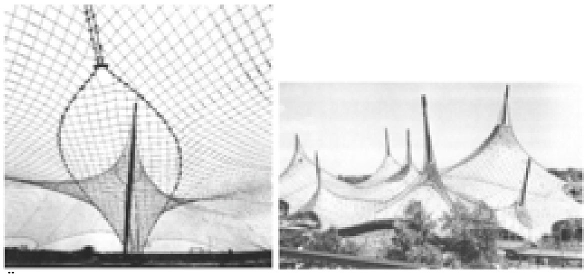
Aufgrund ihrer hohen Ästhetik spielen Minimalflächen auch in der Architektur eine besondere Rolle. Als Beispiele seien die Dachkonstruktion des Münchner Olympiastadions und der (geplante) Stuttgarter Hauptbahnhof genannt.

Von besonderem Interesse sind auch periodische Minimalflächen, die aus Bausteinen bestehen, die glatt zusammengesetzt werden können. Diese werden tatsächlich in der Natur beobachtet, beispielsweise bei den so genannten *Lipiden*, die als Strukturkomponenten in Zellmembranen lebender Organismen auftreten. Im folgenden seien einige dieser Flächen aufgeführt. Eine Vielzahl weiterer Beispiele kann im „*Virtual Math Museum*" unter dem Link http://virtualmathmuseum.org/Surface/gallery_m.html gefunden werden.

---

[1] Joseph Antoine Ferdinand Plateau (* 14. Oktober 1801 in Brüssel; † 15. September 1883 in Gent) war ein belgisch-wallonischer Physiker und Fotopionier.

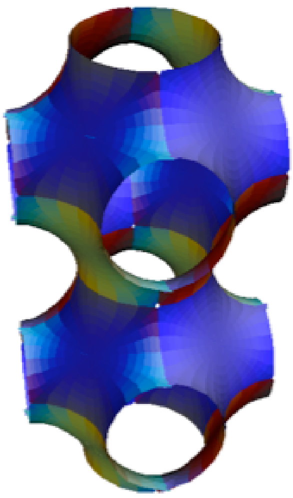
[2] Jesse Douglas, (* 3. Juli 1897 in New York City; † 7. Oktober 1965 ebenda)



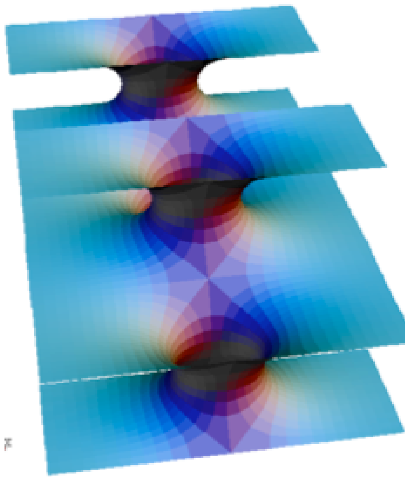
Überdachung des Olympiastadions München, 1968-1972

Olympiahalle München, 1968-1972

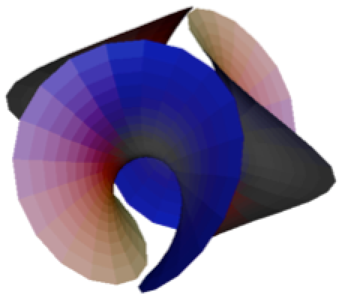
Modell des geplanten Stuttgarter Hauptbahnhofs (Fertigstellung vor. 2013). Der Architektur zugrunde liegen periodische Minimalflächen.



Zwei Bausteine der ***Schwarz'schen Minimalfläche****. Diese Bausteine können beliebig oft periodisch zusammengesetzt werden.*



Der ***Karcher'sche Sattelturm*** *ist ein weiteres Beispiel für eine periodische Minimalfläche.*



Die ***Enneper'sche Minimalfläche*** *ist ein Beispiel für eine nicht-periodische Minimalfläche mit vielen Symmetrien.*