Technische Universität Dortmund
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. J. Stöckler
Dr. T. Camps
Dipl.-Math. T. Kloos

Dortmund, 29.04.2013

Höhere Mathematik II (P/MP/ET/IT/IKT/I-I)

4. Übungsblatt

Abgabetermin: 08.05.2014, 12:00

Aufgabe 1

Untersuchen Sie die folgenden Integrale auf Konvergenz:

$$\text{a)} \int_2^\infty \frac{1}{x \ln x}\, dx \qquad\qquad \text{b)} \int_2^\infty \frac{1}{x(\ln x)^2}\, dx$$

Aufgabe 2

a) Die <u>Gammafunktion</u> ist definiert durch

$$\Gamma(x) := \int_0^\infty e^{-t} t^{x-1}\, dt, \quad x > 0.$$

i) Zeigen Sie, dass $\int_1^\infty e^{-t}t^{x-1}\, dt$ für alle $x \in \mathbb{R}$ konvergiert.
Verwenden Sie, dass für jedes $y \in \mathbb{R}$ die Funktion $e^{-t}t^y$ auf $[1, \infty)$ beschränkt ist.

ii) Weisen Sie nun nach, dass $\int_0^\infty e^{-t}t^{x-1}\, dt$ für $x > 0$ konvergiert und für $x \leq 0$ divergiert.

b) Zeigen Sie, dass für $n \in \mathbb{N}$ gilt $\Gamma(n+1) = n\Gamma(n)$.

c) Zeigen Sie, dass für $n \in \mathbb{N}$ gilt $\Gamma(n+1) = n!$.

Aufgabe 3

Weisen Sie nach, dass $\sum_{n=2}^\infty \frac{1}{n \cdot \ln n \cdot \ln\ln n}$ divergiert und dass $\sum_{n=2}^\infty \frac{1}{n \cdot \ln n \cdot (\ln\ln n)^2}$ konvergiert.

Aufgabe 4

Bestimmen Sie den Cauchy Hauptwert

$$\mathrm{CH} \int_{-1}^{1} \frac{e^x}{e^x - 1}\, dx.$$

Organisatorisches

- Aktuelle Informationen zur Vorlesung finden sich unter `http://www.mathematik.tu-dortmund.de/hm/`